INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO

MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN SUPERIOR.

MATEMÁTICA EN EDUCACION SUPERIOR.

Directorio editorial institucional

Dr. Rodrigo Mena Mg. — Rector
Mg. Sandra Cando — Coordinadora Institucional
Mg. Oscar Toapanta — Coordinador de I+D+i
Ing. Johanna Iza — Líder de Publicaciones

Diseño y diagramación
Mg. Belén Chávez
Mg. Santiago Mayorga

Revisión técnica de pares académicos
Mg. Juan Carlos Pico
IST PELILEO
Correo: jcpico7@gmail.com
jcpico@institutos.gob.ec
Mg. Darwin Fabricio Sánchez
IST PELILEO
Correo: fabricifabrici.05@gmail.com
dfsanchez@institutos.gob.es

ISBN:
DOI:

Primera edición
Agosto 2024
https://istp.edu.ec

AUTORES

Ing. Javier Quinde, MSc.

DOCENTE

Ingeniero en Sistemas cuenta con una Maestría en Educación Superior por la Universidad Técnica de Ambato. A lo largo de su carrera, ha combinado su experiencia técnica en desarrollo de software, bases de datos y administración de sistemas con su pasión por la enseñanza y la formación académica. Con más de 15 años de experiencia en la industria tecnológica y en la docencia universitaria, ha desarrollado y liderado proyectos innovadores en el ámbito de la educación superior, especializándose en la integración de la tecnología en el proceso educativo.

Su trabajo actual se centra en la investigación sobre el uso de tecnologías emergentes en la educación, como la inteligencia artificial, Ciberseguridad ente otras.

Ing. Diego Sánchez, Mg.

DOCENTE

Ingeniero en sistemas e Informática. profesional especializado en el diseño, desarrollo, implementación y mantenimiento de sistemas informáticos y tecnológicos que satisfacen las necesidades de una organización. Su trabajo abarca una amplia gama de actividades relacionadas con la tecnología de la información y la gestión de sistemas complejos, conocimiento en áreas como inteligencia artificial, análisis de datos, ciberseguridad, entre otras. Docente actualmente en el Instituto Superior Tecnológico Pelileo carrera de Desarrollo de Software.

AUTORES

Ing. Hernán Urquizo, Esp.

DOCENTE

Ingeniero en sistemas y Computación. Profesional especializado en Base de Datos desarrollo, implementación y mantenimiento de sistemas informáticos y tecnológicos que satisfacen las necesidades de una organización. Su trabajo abarca una amplia gama de actividades relacionadas con la tecnología de la información, conocimiento en áreas como Análisis y diseño de Sistemas, análisis de datos, entre otras. Docente actualmente en el Instituto Superior Tecnológico Pelileo carrera de Desarrollo de Software.

Ing. Fernando Beltrán.

DOCENTE

Ingeniero en Sistemas con sólida experiencia en el ámbito de la electrónica y arquitectura de computadoras. Ha desempeñado roles clave como Docente en el Instituto Superior Tecnológico Bolívar y como Analista Provincial de Procesos Electorales en el Consejo Nacional Electoral, donde contribuyó al desarrollo y gestión de procesos tecnológicos de alta relevancia. Actualmente, se desempeña como Docente en el Instituto Superior Tecnológico Pelileo, enfocándose en la formación de futuros profesionales en sistemas y tecnologías emergentes, combinando su conocimiento técnico con una visión estratégica de la innovación tecnológica

AUTORES

Ing. Freddy Morales. Mg

DOCENTE

Freddy Gustavo Morales Tubón es un destacado profesional del área de Desarrollo de Software en el Instituto Pelileo, con una sólida trayectoria en la enseñanza y práctica de la programación. Con 16 años de experiencia en el ámbito académico y profesional en diferentes Unidades de educación secundaria y superior, especializado en Programación Orientada a Objetos y metodologías modernas de desarrollo de software.

Ingeniero de Sistemas y Computación en Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Magister en Educación Mención en Innovación y Liderazgo educativo por Universidad Tecnológica Indoamericana, Magister en Tecnologías de la Información Mención en Seguridad de Redes y Comunicaciones por universidad Técnica de Ambato. Freddy Morales ha dedicado su carrera a formar futuros profesionales en el campo de la tecnología, combinando una profunda comprensión teórica con una práctica constante en entornos reales. Su experiencia abarca la implementación de proyectos de software utilizando principios de diseño orientado a objetos, así como la aplicación de metodologías ágiles y otras técnicas de programación.

Ing. Fernando Pico B. MSc.

DOCENTE

Destacado profesional por su capacidad de integrar soluciones tecnológicas en el ámbito empresarial y educativo, ha desarrollado materiales educativos innovadores en redes y seguridad informática. Actualmente, es docente en el Instituto Superior Tecnológico Pelileo, donde imparte materias relacionadas con la Ingeniería de Requerimientos, Integración de Sistemas y Pensamiento Computacional. Su experiencia en el sector privado y en la docencia superior lo consolidan como un experto en la implementación de tecnologías avanzadas y entornos virtuales de aprendizaje, contribuyendo al desarrollo de la próxima generación de profesionales en tecnología.

PRÓLOGO

La matemática discreta se enfoca en el estudio de estructuras matemáticas no continuas, como conjuntos, grafos y combinaciones, y es fundamental en la informática y la teoría de algoritmos. La lógica matemática, por otro lado, se dedica a los principios de la inferencia y los sistemas formales, explorando conceptos como la lógica proposicional y la teoría de modelos, y proporciona el fundamento teórico para la computación y la lógica formal. Finalmente, la estadística es la ciencia que se encarga de la recopilación, análisis e interpretación de datos, utilizando técnicas descriptivas e inferenciales para hacer predicciones y tomar decisiones basadas en datos, apoyada en conceptos como la probabilidad y la regresión.

Juntas, estas disciplinas ofrecen herramientas esenciales para el análisis matemático y la resolución de problemas complejos en diversas áreas de la ciencia y la ingeniería.

INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO PELILEO

2023 II

MATEMÁTICA DISCRETA

GUÍA DE ESTUDIO

Ing. Javier Quinde.Mg

GUÍA DE ESTUDIO

CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

01

Matemática Discreta

Las matemáticas discretas, también conocidas como matemáticas finitas, son el estudio de estructuras matemáticas que son de naturaleza discreta porque no requieren el concepto de continuidad. Algunos de los conceptos de matemáticas discretas no son nuevos, pero como disciplina matemática independiente es relativamente nueva y ha experimentado un rápido crecimiento en las últimas décadas, principalmente debido a sus conexiones con la informática y su rápido desarrollo. Los conceptos básicos de las matemáticas discretas fueron introducidos por los hindúes. Ya en el siglo VI conocían las siguientes fórmulas: en primer lugar, el número de permutaciones de un conjunto de n elementos, en segundo lugar, el número de subconjuntos de cardinalidad k de un conjunto de n elementos. Las matemáticas combinatorias se originaron en el siglo XVII con el trabajo de Pascal y De Moivre y continuaron desarrollándose con Jacob Bernoulli y Leonard Euler, principalmente gracias a las ideas de este último en teoría de grafos. Por otro lado, los métodos probabilísticos desarrollados por Paul Erd se han convertido en poderosas herramientas en combinatoria y teoría de la probabilidad. De hecho, las matemáticas discretas son una disciplina que combina diferentes áreas de las matemáticas (combinatoria, probabilidad, aritmética, gráficos, etc.), y sus conceptos suelen aparecer en muchas ramas de las matemáticas y otras disciplinas.

NOCION INTUITIVA DE CONJUNTO

Una colección es un conjunto de objetos distintos y bien definidos llamados elementos. Cualquier conjunto de objetos o individuos se llama conjunto. No existe un conjunto de términos. Tiene una definición matemática, pero es un concepto primitivo. Ejemplos de colecciones incluyen la población de una ciudad y la cantidad de televisores en la ciudad de Mérida. Nuestro objetivo es estudiar conjuntos relevantes para áreas de las matemáticas, especialmente conjuntos numéricos. La teoría cuantitativa es la base de las matemáticas y juega un papel crucial en la informática. Tiene aplicaciones en áreas como inteligencia artificial, bases de datos y lenguajes de programación. Un conjunto es una colección de diferentes elementos. Los objetos que forman un conjunto se llaman elementos del conjunto. Un ejemplo de conjunto es:

Un conjunto de números enteros. El conjunto de los números naturales mayores que 5 y menores que 9. El grupo está formado por estudiantes de la UNEFA de primer semestre. Conjunto formado por un punto P en el plano y una recta que pasa por el punto. Generalmente usamos letras mayúsculas para representar cantidades y letras minúsculas para representar cantidades. A continuación definimos algunos de los ensamblajes que usaremos en este curso.

N: {0, 1, 2, 3, 4, 5..........} el conjunto de los *números naturales*.

Z: {....-3,-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 ....} el conjunto de los *números enteros*.

Q :{ 0, ½, ¼, 1/5, ...} el conjunto de los *números racionales*.

R: {......-3, -2, 1, ½, √5, ...} el conjunto de los *números reales*.

C: { a- b i, a + bi } el conjunto de los *números complejos*.

En general, se designan los conjuntos usando letras mayúsculas: A, B, C, D,...... y los elementos con letras minúsculas: a, b, c, d, ... Los elementos del conjunto se suelen encerrar entre llaves { }.

Ejemplo 1: El conjunto A que comprende las vocales

A= {a, e, i, o, u}

Ejemplo 2: El conjunto de los números naturales mayores que 5 y menores que 9

B= { 6, 7, 8 }

1.2 DEFINICIÓN DE CONJUNTOS POR EXTENSIÓN Y COMPRENSIÓN

Kit de expansión:

Un conjunto se identifica mediante una extensión que enumera todos los elementos que lo componen. Ejemplo

1. Defina el conjunto A formado por números enteros positivos del 3 al 12.

A = □ 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 □

Ejemplo 2. Defina el conjunto B que incluya números pares naturales menores que 15.

B = □ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

EJEMPLO 3. Sea B = {x | x es natural e impar y x 3}

Incluye todos los números naturales impares mayores o iguales a 3. En este caso, es un conjunto con infinitos elementos por lo que no podemos definirlo por expansión.

EJEMPLO 4.

El conjunto C = {x | x es natural y 2 ≤ x ≤ 2^6 y x es potencia de 2}

Es el conjunto formado por los elementos 2, 4, 8, 16, 32 y 64. El conjunto C se define también por extensión como:

C = *{2, 4, 8, 16, 32, 64}*.

Conjuntos por Comprensión

1.3 Un conjunto se define sólo mediante comprensión y sólo si se da una propiedad que caracterice a sus elementos.

1.4 Ejemplo 1. Elija el conjunto B con números impares.

1.5 Se representa como: B = x / x impar , que es otra forma de representar conjuntos y estados: "B es el conjunto de números x tales que Ejemplo 2: B := {p□ Z / p par

1.6 Ejemplos de conjuntos para entender

A = {x/x entero}

B = {x/x - número par menor que 10}

C = {x/x - letra del conjunto de palabras}

D = {x/x es una mujer de nacionalidad venezolana}

E = {x/x - color base}

PERTENENCIA Y NO PERTENENCIA (∈, ∉)

Si x es un elemento del conjunto A, se escribe x ∈ A que se lee "x pertenece a A" o " x es elemento de A".

Si x no es elemento del conjunto A, se denota $x \notin A$, que se lee " x no pertenece a A" o " no es elemento de A"

1.7 CONJUNTO VACÍO (∅)

Se define el conjunto vacío, que se denota por el símbolo **∅,** como el conjunto que no tiene ningún elemento.

Ejemplo 1: Dado el conjunto $A = \{x \mid x > 0 \ y \ x < 0\}$

no tiene elementos, ya que ningún número es positivo y además negativo. Por lo tanto A es un conjunto ***vacío***, y lo denotamos como:

$A = \varnothing$. o también como $A = \{\ \}$.

Ejemplo 2: Determinar si los siguientes conjuntos son conjunto ∅

$X = \{ x : x^2 = 9 , 2x = 4 \}$

Resolviendo $x^2 = 9 \Rightarrow x = \{ -3, 3 \}$ y $2x = 4 \Rightarrow x = 2$

No existe ningún número que cumpla al mismo tiempo con las dos ecuaciones anteriores, por lo tanto x es conjunto vacío , $x = \varnothing$

A continuación se muestran algunos ejemplos de conjunto vacío

A = { Las personas que vuelan }	A = { }	A = **∅**
B = { x I x numero racional e irracional}	B = { }	B = **∅**
C = { x I x es una solución real de $x^2 + 1 = 0$}	C = { }	C = **∅**
D = { x I x es rojo y verde a la vez}	D = { }	D = **∅**
E = { x I x es un número real e imaginario}	E = { }	F = **∅**

1.8 CONJUNTO UNIVERSO O UNIVERSAL (U , Ω)

Es el conjunto que contiene todos los elementos denotados por (U o). En cualquier aplicación de la teoría de conjuntos, los elementos de cualquier conjunto bajo estudio pertenecen a un conjunto fijo más grande llamado conjunto universal o universo; por ejemplo, en estudios de planos, el conjunto universal consta de todos los puntos del plano. En los estudios demográficos, la población total incluye a toda la población del mundo.

Ejemplo 1. Un = {x | x es paridad natural}, B = {x | x es un número natural mayor que 4}.
y C = {x | x es un número natural menor que 23}.

Son conjuntos cuyos elementos son números naturales. Todos los conjuntos son subconjuntos de N. Podemos tratar a N como un conjunto universal si asumimos:

U = norte

EJEMPLO 2. Los elementos del conjunto X, Y, Z son:

X = {cuadrado, rectángulo, rombo},
Y = {triángulo, hexágono}
Z = {decágono, eneágono, octágono, heptágono}

Suelen ser polígonos. Entonces es más conveniente considerar el conjunto que contiene todos los conjuntos considerados. A esta colección la llamamos obras completas y la denotamos con la letra U.

Un conjunto se llama conjunto finito si consta de exactamente (n) elementos distintos, donde (n) es un número entero no negativo. También se le conoce como infinito. Notación: si un conjunto A es finito, n(A) representa el número de elementos en A.
Ejemplo 1. Determina cuál de los siguientes conjuntos es finito.

A = Estaciones

B = Meses del año

C = Entero positivo menor que 1

D =Entero impar

E =Entero positivo, divisible por 12

F = Gatos que viven en el estado de Mérida

Solución:

Respuesta: Es finito porque un año tiene 4 estaciones, n(A) = 4.
B: Por supuesto, como un año tiene 12 meses, n(B) = 12.
C: No hay ningún número entero menor que 1, por lo que C está vacío. Por lo tanto n(C) = 0
D: Este conjunto es infinito.

E: Los factores naturales de 12 son 1,2,3,4,6 y 12, por lo que E es obviamente n(E) = 6.
F: Aunque es difícil contar con precisión todos los gatos que viven en el estado, se dice que F es

Ejemplos: *Determinar si los siguientes conjuntos son finitos e infinitos*

A = { x I x es la solución de $x^2 + 2x + 1 = 0$ } Conjunto finito

B = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ... } Conjunto infinito

C = { x I x es un número par} Conjunto infinito

W = { 3, 6, 9, 12, 15, 18,21, 24, 27} Conjunto finito

1.9 CONJUNTO UNITARIO

Es todo un conjunto que está formado por un sólo elemento.

Ejemplos

A = { 5 }

B = {números pares entre 6 y 10} = { 8 }

C = {la capital del Venezuela } = { Caracas }

D = {x / 2x = 6} = {3}

E = { 1 }

F = {x / x es la solución de $x + 1 = 0$ }

G = {números pares entre 2 y 6} = { 4 }

H = {La capital de Chile }

1.10 CONJUNTOS DISJUNTOS

Dos conjuntos son disjuntos si no tienen ningún elemento en común, como por ejemplo los conjuntos

C = {2, 4, 6} y D = {1, 3 5, 7}
Se observa que ningún elemento de C pertenece a D, así como ningún elemento de D pertenece a C
Ejemplo 1: Considere los siguientes conjuntos
A = {1, 2} B = {1, 2, 3, 4} C = {1, 5} D = {3, 4, 5} E = { 4, 5}
¿ Cuales de los siguientes conjuntos son Disjuntos?
Solución: Son disjuntos A y D, y también A y E
1.11 FAMILIA DE CONJUNTOS (F)
Se llama familia, clase, o colección cuyos elementos que están integrado por la suma de cada uno de los elementos que componen esta familia,

por ejemplo se tienen los siguientes elementos.

A = {x : es número entero par}
B = {x : es número entero impar}

Por lo tanto la familia de conjuntos en este ejemplo se representa F = {A, B}

Ejemplo 2: Se tiene Ω = {Instrumentos de una orquesta sinfónica}

C = {Instrumentos de cuerda}
V = {Instrumentos de viento}
P = {Instrumentos de percusión}
$\therefore$ La familia de conjuntos corresponde a F = {C, V, P }

1.12 SUBCONJUNTOS

Si todo elemento de un conjunto A es también elemento de un conjunto B, entonces se dice que A es un subconjunto de B. Esta relación se denomina relación de inclusión y se denota $A \subset B$

$$\boldsymbol{A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B}$$

Esta relación se lee "A está contenida en B", "A es una parte de de B"

Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B si todo elemento de A es también elemento de B.

Simbología:

$A \subseteq B$: Esto significa A es un subconjunto de B, indica que cada uno de los elementos de A también pertenece a B, lo que incluye la posibilidad de que A = B

$A \subset B$: Esto significa A es un subconjunto propio de B, indica que A es un subconjunto de B pero $A \neq B$, por lo tanto existe al menos un elemento en B que no pertenece a A

Para entender este concepto, se ilustra a través del siguiente ejemplo

Ejemplo 1 :Consideremos los siguientes conjuntos

A = {1, 3, 5}, y B = {1, 2, 3, 4, 5}.

Como se puede observar , los elementos de A: 1, 3 y 5, también son elementos de B. Se dice que A es un *subconjunto* de B, o que A está *incluido en* B.

Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B si todo elemento de A es también elemento de B.

Se denota A $\subseteq$ B y se dice que A está incluido o contenido en B.

Ejemplo 2 . A = {1, 3, 5} está incluido en A, y lo escribimos A $\subseteq$ A.

1.11 PROPIEDADES DE LOS SUBCONJUNTOS

Los subconjuntos tienen las siguientes propiedades:

REFLEXIVA.- Todo conjunto es subconjunto de si mismo.

A $\subset$ A

***ANTISIMETRICA*.-** Si dados dos conjuntos A y B se verifica A $\subset$ B, entonces se deduce que B $\not\subset$ A.

A $\subset$ B → A $\not\subset$ B

TRANSITIVA.- Dados tres conjuntos A, B y C, si se verifica :

A $\subset$ B y B $\subset$ C entonces A $\subset$ C

1.12 CONJUNTO DE PARTES

El *conjunto de partes* de un conjunto A es el conjunto cuyos elementos son *todos* los subconjuntos de A. Lo denotamos P(A).

EJEMPLO 1. A = {1, 2, 3} entonces

P(A) = {∅, {1}, {2}, {3}, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}}.

Se observa que A tiene 3 elementos y P (A) tiene 2^3 elementos, puede demostrarse que si A tiene n elementos entonces P(A) tiene 2^n elementos

EJEMPLO 2. B = {a} entonces P(B) = {∅, B} = {∅, {a}}.

EJEMPLO 3. P(N) = {∅, {1}, {2}, {3}, . . . , {1, 2}, {1, 3}, . . . , {2, 3}, . . . }, tiene infinitos elementos.

1.13 IGUALDAD DE CONJUNTOS

El conjunto A es igual al conjunto B si ambos tienen los mismos elementos, es decir si cada elemento de A es también elemento de B, donde se puede escribir de la siguiente manera:

$A = B \Leftrightarrow \forall x$:

$x \in A$ y $x \in B$

Dos conjuntos A y B son distintos si no son iguales.

Es posible que la definición de conjuntos iguales y distintos resulta un tanto obvia, sin embargo es necesaria y no siempre es tan sencillo detectar la igualdad de dos conjuntos.

En el siguiente ejemplo mencionado a continuación se ilustra la igualdad de conjuntos

Ejemplo 3. Dados los conjuntos A = {1,3} y B = {n | $n^2 - 4n = -3$}.

En principio A y B están definidos de manera diferente, por lo cual no podemos asegurar si
son iguales o distintos.

Los elementos de A son 1 y -3. Notemos que 1 y -3 verifican la propiedad que define a B.

En efecto

$1^2 - 4 \cdot 1 = 1 - 4 = -3$ y $3^2 - 4 \cdot 3 = 9 - 12 = -3$.

Luego podemos afirmar que $A \subseteq B$

Se concluye entonces que A = B.

Notemos que dos conjuntos pueden ser distintos pero tener uno o más elementos en común.
Por ejemplo, A = {2, 4} y B = {1, 4, 6} son distintos pero el 4 es un elemento de ambos
conjuntos.
Dos conjuntos A y B son *iguales* si los elementos de A son elementos de B, y viceversa. Es
decir, si $A \subseteq B$ y también $B \subseteq A$.

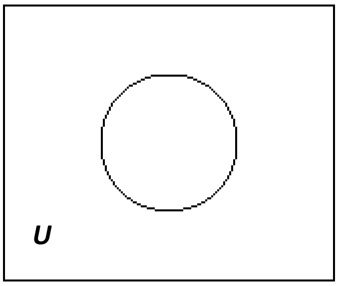
1.14 EQUIVALENCIA DE CONJUNTOS

En el lenguaje cotidiano decimos que los conjuntos A y B son equivalentes si tienen los mismos elementos. En terminología moderna, esto significa que existe una relación amplia e inclusiva entre ellos, que puede escribirse como A□B y B□A, o simplemente A=B. La relación de equivalencia o similitud para estos conjuntos no es más que una relación de inclusión generalizada y, por supuesto, también es una relación de equivalencia abstracta porque satisface las siguientes propiedades. A = A (Propiedad Idéntica)

a) Si A = B entonces B = A (Propiedad Recíproca)
b) Si A = B y B = C , entonces A = C (Propiedad Transitiva)

1.15 REPRESENTACIÓN GRÁFICA (DIAGRAMAS DE VENN)

Un diagrama de Venn es una representación gráfica de un conjunto utilizando una vista en planta en un rectángulo que representa un conjunto universal. Los otros grupos están representados por círculos colocados dentro de rectángulos, como se muestra en la siguiente figura. Dónde:



A: Conjunto A

U: Universo

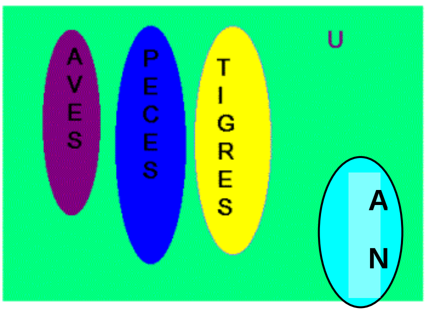
Si desea resaltar un conjunto en un diagrama de Venn, normalmente colorea el interior de la curva cerrada que lo representa, que se mostrará en detalle al examinar las propiedades del conjunto.

Ejemplos 1: Representar los siguientes conjuntos usando diagramas de Venn

Sean los conjuntos:

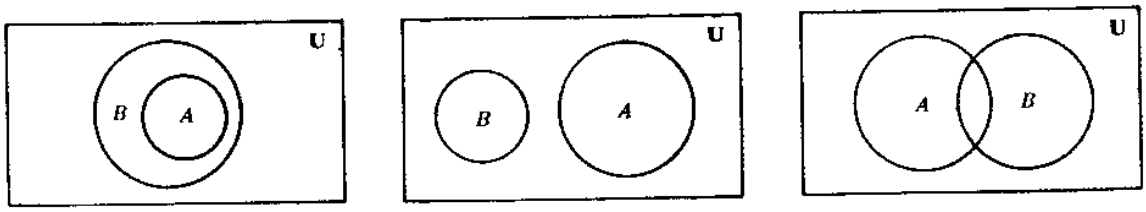
A = { aves} B = { peces } C = { anfibios } D = {tigres}

Existe otro conjunto que incluye a los conjuntos A, B, C y D y es conjunto de todos los animales



U = { animales }

Ejemplo 2: Describa el diagrama de Venn de los siguientes conjuntos



a) b) c)

Solución:

El conjunto universal U está representado por el interior del rectángulo y los otros conjunótos se representan mediante círculos en el interior.

Para el caso a) representa A $\subseteq$ B

b) Corresponde a conjuntos A y B disjuntos

c) Existen algunos elementos de A y B que son comunes, es posible que algunos objetos estén en A pero no en B, algunos están en ambos A y B

1.15 OPERACIONES ENTRE LOS CONJUNTOS

Al igual que se pueden realizar diversas operaciones entre números, también se pueden efectuar operaciones entre conjuntos. El resultado de estas operaciones entre conjuntos es otro conjunto. Supongamos que existe un conjunto universal U y consideremos todos los subconjuntos de U. Entre estos subconjuntos, las operaciones que se pueden realizar incluyen la unión, la intersección y la diferencia. Además, para cada conjunto también se puede definir su complemento. El resultado de cada una de estas operaciones será un subconjunto de U.

1.15.1 Unión de Conjuntos

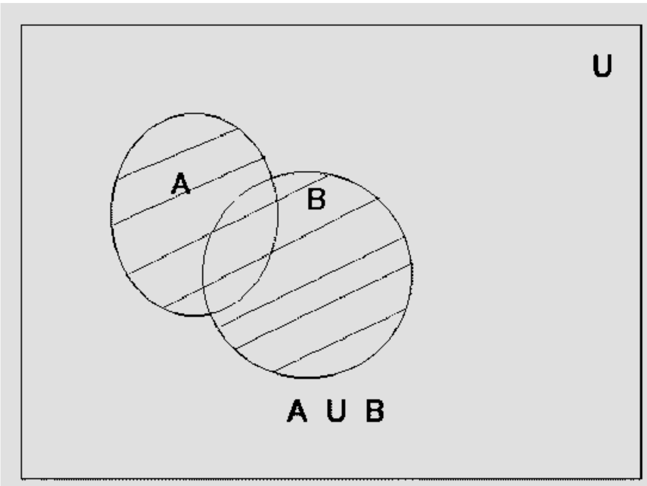
Sean A y B dos conjuntos.

Por comprensión, la unión entre los conjuntos A y B se define así:

$\mathbf{A \cup B = \{x \mid x \in A \ \text{o} \ x \in B\}}$

En particular, A y B son subconjuntos de A ∪ B, pues todos los elementos de A y todos los
elementos de B pertenecen a A ∪ B.

En el diagrama de Venn representamos la unión de dos conjuntos sombreando el área que cubren ambos conjuntos (ver Figura 1).



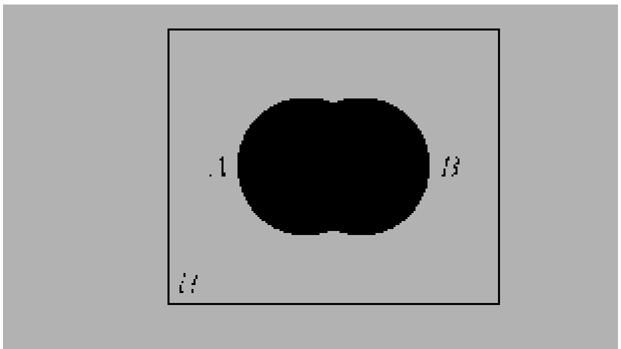


FIGURA 1. La unión de los conjuntos A y B.

EJEMPLO 1.

Si A = {1, 4, 9} y B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, entonces

A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

EJEMPLO 2.

Si A = {x | x ,es múltiplo de 5} y B = {x | x es múltiplo de 10}, entonces

A ∪ B = {x ,| x es múltiplo de 5 }

Dado que todo número múltiplo de 10 es también es múltiplo de 5. En este caso, $B \subseteq A$.

La unión de un conjunto A con el conjunto vacío es el mismo conjunto A, puesto que, no
tiene elementos:

$$\mathbf{A \cup \varnothing = A}$$

La unión de un conjunto A con A es el mismo conjunto A:

$$\mathbf{A \cup A = A}.$$

1.15.2 Intersección de Conjuntos

Sean A y B dos conjuntos.

Por comprensión, la intersección de los conjuntos A y B se define como

$$\mathbf{A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}}$$

EJEMPLO 1.

Si consideramos los intervalos [0, 5) y (3, 6], entonces:

$[0, 5) \cup (3, 6] = [0, 6]$ y $[0, 5) \cap (3, 6] = (3, 5)$

Si A es un subconjunto de B, esto es $A \subseteq B$, entonces
$A \cap B = A$.
En particular $\mathbf{A \cap A = A}$
y $\mathbf{A \cap \varnothing = \varnothing}$

En un diagrama de Venn, la intersección de dos conjuntos se muestra mediante el área dentro de las curvas cerradas que representan a dichos conjuntos. Esta área suele estar sombreada o subrayada (ver Figura 2). Cabe destacar que la intersección de dos conjuntos es vacía si y solo si no comparten elementos en común. En tal caso, se dibujan dos curvas cerradas que no se cruzan.

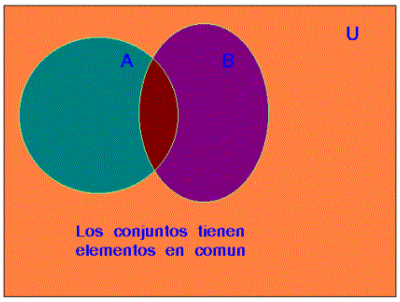


Figura 2: Intersección entre A y B

Ejemplo 2: Dados los siguientes conjuntos:

A = {2,4,6,8,10}, B = {0,1,2,3 }, C = { -1,-2, 0,3}

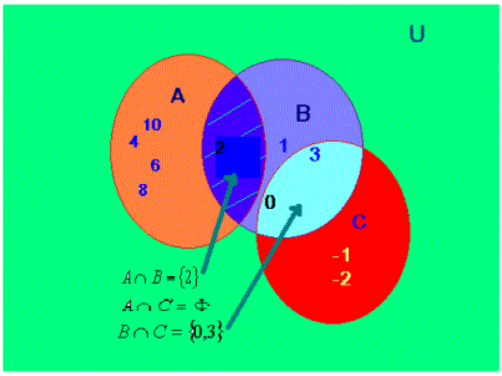
Construye los diagramas de Venn de: a). A ∩ B, b). A ∩ C c). B∩C

Solución:

a) $A \cap B = \{2\}$

b) A∩C,

c). B∩C



1.15.3 Complemento de un Conjunto

Fijemos **U** un conjunto universal y A un subconjunto de **U**.

En símbolos,

A^c = {x∈ U | x ∉ A}

En un diagrama de Venn el complemento de A es la región exterior de la curva cerrada que determina A y lo destacamos con un subrayado o sombreado.

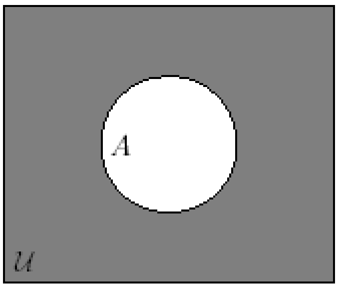


FIGURA 3. Complemento de A.

1.15.4 Diferencia de Conjuntos

Sean A y B dos conjuntos.

A - B = {x | x $\in$ A y x $\notin$ B}

Observemos que **A^c = U - A**. En un diagrama de Venn representamos diferencia entre losconjuntos A y B, destacando la región que es interior a A y exterior a B (ver Figura 4).

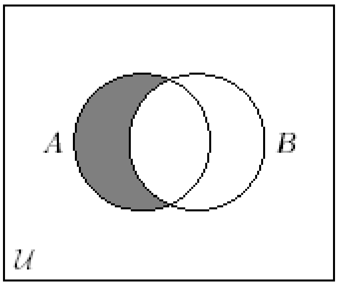


FIGURA 4. Diferencia entre el conjunto A y el conjunto B.

1.15.5 Diferencia Simétrica

Se denomina al conjunto cuyos elementos pertenecen a A o a B, pero no a ambos, se representa de la siguiente manera:

A Δ B = {x / x $\in$ A $\cup$ B y x $\notin$ A $\cap$ B}

Se cumple que: **A Δ B = (A – B) $\cup$ (B – A)**

1.15.6 Propiedades de las Operaciones

A continuación en la siguiente tabla se muestran las propiedades tanto para la unión de conjuntos, y para la intersección.

PROPIEDADES	***UNION***	***INTERSECCION***
1.- Idempotencia	A □ A = A	A □ A = A
2.- Conmutativa	A □ B = B □ A	A □ B = B □ A
3.- Asociativa	A □ (B □ C) = (A □ B) □ C	A □ (B □ C) = (A □ B) □ C
4.- Absorción	A □ (A □ B) = A	A □ (A □ B) = A
5.- Distributiva	A □ (B □ C) = (A □ B) □ (A □ C)	A □ (B □ C) = (A □ B) □ (A □ C)
6.- Complemento	A □ A' = U	A □ A' = □

Estas propiedades hacen que partes de U con las operaciones unión e intersección tenga una estructura de álgebra de Boole.

Además de éstas, se verifican también las siguientes propiedades:

- A □ □ = A , A □ □ = □ (*elemento nulo*).
- A □ U = U , A □ U = A (*elemento universal*).
- (A □ B)' = A' □ B' , (A □ B)' = A' □ B' (*leyes de Morgan*).

Los siguientes ejemplos ilustran las propiedades anteriores

Cuestionario
Capítulo I

CUESTIONARIO 01

EJEMPLO 2.14. Si $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,4\}$ y $C = \{1,3,5\}$, entonces

$$(A \cap B) \cap C = \{2,3\} \cap \{1,3,5\} = \{3\}$$

$$A \cap (B \cap C) = \{1,2,3\} \cap \{3\} = \{3\}.$$

$$(A \cup B) \cup C = \{1,2,3,4\} \cup \{1,3,5\} = \{1,2,3,4,5\}$$

$$A \cup (B \cup C) = \{1,2,3\} \cup \{1,2,3,4,5\} = \{1,2,3,4,5\}.$$

EJEMPLO 2.15. Sea $\mathcal{U} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, y sean $A = \{0,2,4,6,8\}$, $B = \{0,3,6,9\}$ y $C = \{1,3,5,7,9\}$. Entonces,

$$\begin{aligned}
(A \cap B) \cup (A \cap C) &= \{0,6\} \cup \emptyset = \{0,6\}, \\
A \cap (B \cup C) &= \{0,2,4,6,8\} \cap \{0,1,3,5,6,7,9\} = \{0,6\}, \\
(A \cup B) \cap (A \cup C) &= \{0,2,3,4,6,8,9\} \cap \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} = \{0,2,3,4,6,8,9\}, \\
A \cup (B \cap C) &= \{0,2,4,6,8\} \cup \{3,9\} = \{0,2,3,4,6,8,9\}.
\end{aligned}$$

02

CAPÍTULO DOS

Lógica Numérica y Tipo de números

Sistema numérico decimal:

Usualmente utilizamos el sistema numérico decimal, que consta de diez caracteres o dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9). A cada uno se le asigna un valor dependiendo de su posición en el número: unidades, decenas, centenas, miles, etc. El valor de cada dígito está asociado a una potencia de base 10, que es igual al número de caracteres o dígitos en el sistema decimal, y un exponente igual a la posición del dígito menos uno, contando desde la derecha. Por ejemplo, en el sistema decimal, el número 528 significa:

5 centenas 2 decenas 8 unidades, es decir:

5*102 2*101 8*100 o similar:

500 20 8 = 528

Para los números con decimales, la situación es similar, aunque en este caso algunos exponentes serán negativos, especialmente los exponentes de los dígitos a la derecha del punto decimal. Por ejemplo, el número 8245,97 se calcula de la

8 0 2 1 = 11

siguiente manera: 8 miles, 2 centenas, 4 decenas, 5 unidades, 9 décimas, 7 centésimas:

8×103+2×102+4×101+5×100+9×10−1+7 ×10−28 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 7 \times 10^{-2}8×103+2×102+4×101+5×100+9×10−1+ 7×10−2 es decir: 8000+200+40+5+0,9+0,07=8245,978000 + 200 + 40 + 5 + 0,9 + 0,07 = 8245,978000+200+40+5+0,9+0,07=8245,97

Sistema de numeración binario: El sistema numérico binario utiliza solo dos dígitos: cero (0) y uno (1). En un número binario, cada dígito tiene un significado diferente según su posición. El valor de cada posición es igual al valor de la potencia en base 2 de la posición del dígito menos uno. Al igual que en el sistema decimal, la base de los exponentes es la misma que la cantidad de dígitos (2) utilizados para representar los números. Según estas reglas, el número binario 1011 se calcula de la siguiente manera:

1*23 0*22 1*21 1*20 , es decir:

y para denotar que ambos números describen la misma cantidad, lo escribimos de la siguiente manera:

10112 = 1110

Conversión entre números decimales y binarios

Convertir un número decimal a binario es simple: simplemente divida nuevamente entre 2 y registre el resto de cada división en el orden inverso al resultado. Por ejemplo, para convertir el número 7710 a binario, realizaríamos una serie de divisiones para obtener el siguiente resto:

77 : 2 = 38 Resto: 1

38 : 2 = 19 Resto: 0

19 : 2 = 9 Resto: 1

9 : 2 = 4 Resto: 1

4 : 2 = 2 Resto: 0

2 : 2 = 1 Resto: 0

1 : 2 = 0 Resto: 1

y, tomando los restos en orden inverso obtenemos la cifra binaria:

$77_{10} = 1001101_2$

Ejercicio 1:

Expresa, en código binario, los números decimales siguientes: 191, 25, 67, 99, 135, 276

i. **El tamaño de las cifras binarias**

La cantidad de dígitos necesarios para representar un número en formato binario es mayor que en formato decimal. Por ejemplo, en el caso anterior, se necesitaron siete dígitos binarios para representar el número 77, mientras que en el sistema decimal solo se requieren dos dígitos. Los números más grandes requieren aún más dígitos. Por ejemplo, los números

mayores que 255 necesitarán más de ocho dígitos binarios porque 28=2562^8 = 25628=256. Así, podemos decir que 255 es el número más grande que se puede representar con ocho dígitos binarios. En general, se pueden representar hasta 2n2^n2n números utilizando nnn dígitos binarios. El número más grande que se puede escribir con nnn dígitos es 2n−12^n - 12n−1. Por ejemplo, 4 bits pueden representar un total de 16 números porque 24=162^4 = 1624=16 y el mayor de estos números es 15 porque 24−1=152^4 - 1 = 1524−1=15.

Ejercicio 2: Encuentra cuántos números se pueden representar usando 8, 10, 16 y 32 bits y cuál es el mayor número que se puede escribir en cada caso

.

Ejercicio 3: Dados dos números binarios: 01001000 y 01000100. ¿Cuál es el mayor? ¿Puedes compararlos sin convertirlos a decimal?

Conversión de un número binario a decimal: El proceso de convertir un número binario a decimal es sencillo; simplemente se toma el valor de cada dígito en su posición, que es una potencia de dos con un exponente que comienza en cero en el bit de la derecha y aumenta en uno hacia la izquierda. Por ejemplo, para convertir el número binario 101001121010011_210100112 a decimal, se amplía tomando el valor de cada bit: 1×26+0×25+1×24+0×23+0×22+1×21+1×20=831 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 831×26+0×25+1×24+0×23+0×22+1×21+1×20=83 Por lo tanto, 10100112=83101010011_2 = 83_{10}10100112=8310.

Ejercicio 4:

Representa los siguientes números binarios en forma decimal:

110111, 111000, 010101, 101010, 1111110

Sistema de numeración octal

La desventaja de la codificación binaria es que la representación de algunos números puede ser muy extensa. Por esta razón, se emplean otros sistemas numéricos más cómodos para la escritura: el octal y el hexadecimal. Afortunadamente, convertir un número binario a octal o hexadecimal es sencillo. En el sistema octal, los números se representan mediante ocho dígitos diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7. Cada número tiene un valor distinto dependiendo de su posición. El valor de cada dígito está determinado por una potencia de 8. Por ejemplo, el valor del número octal 2738 se calcula de la siguiente manera::

2*83 7*82 3*81 = 2*512 7*64 3*8 = 149610

2738 = 149610

4. Convertir números decimales a números octales

La conversión de números decimales a números octales se realiza utilizando la misma técnica que usamos para convertir a números binarios, dividiendo secuencialmente entre 8 y colocando el resto en orden inverso. Por ejemplo, para escribir el número decimal 12210 como octal, tendríamos que dividir de la siguiente manera:

122: 8 = 15 Resto: 2

15:8 = 1 Saldo: 7

1: 8 = 0 Saldo: 1

Tomando el resto resultante en orden inverso, obtenemos el dígito octal:

12210 = 1728

Ejercicio 5:

Convierta los siguientes números decimales a octal: 6310, 51310, 11910.

Convierta números octales a números decimales.

Convertir un número octal a un número decimal también es fácil si conoces el peso de cada posición del dígito octal. Por ejemplo, para convertir 2378 a decimal, simplemente expanda el significado de cada dígito:

2*82 3*81 7*80 = 128 24 7 = 15910

2378 = 15910

Ejercicio 6:

Convierta los siguientes números octales a decimal: 458, 1258, 6258.

sistema hexadecimal

En el sistema hexadecimal, los números se representan mediante dieciséis símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E y F. Los símbolos A, B, C, D, E y F representan los números decimales 10, 11, 12, 13, 14 y 15, respectivamente, porque no hay ningún dígito mayor que 9 en el sistema decimal. Por supuesto, el significado de cada uno de estos símbolos depende de su posición, la cual se calcula como una potencia de base 16. Por ejemplo, calculemos el valor del número hexadecimal 1A3F16:

1A3F16 = 1*163 A*162 3*161 F*160

1*4096 10*256 3*16 15*1 = 6719

1A3F16 = 671910

Ejercicio 7:

Convierta los siguientes dígitos hexadecimales a decimal: 2BC516, 10016, 1FF16.

Intente utilizar la técnica habitual de división secuencial para convertir el número decimal en un número hexadecimal. Por ejemplo, para convertir 173510 a hexadecimal, realice las siguientes divisiones:

1735: 16 = 108 Saldo: 7

108: 16 = 6 Parte restante: C es 1210

6: 16 = 0 Saldo: 6

Por tanto, tomando el resto en orden inverso, resolvemos el número en forma hexadecimal:

DECIMAL	BINARIO	OCTAL
0	000	0
1	001	1
2	010	2
3	011	3
4	100	4
5	101	5
6	110	6
7	111	7

173510 = 6C716

Ejercicio 8:

Convierta los siguientes números decimales a hexadecimal: 351910, 102410, 409510.

Conversión de números binarios a octales y viceversa

Observa la tabla siguiente, con los siete primeros números expresados en los sistemas decimal, binario y octal:

Cada dígito de un número octal se representa mediante tres dígitos en el sistema binario. Por lo tanto, convertir un número entre estos dos sistemas implica "expandir" cada dígito octal en tres dígitos binarios, o "comprimir" un grupo de tres dígitos binarios en el dígito octal correspondiente. Por ejemplo, para convertir el número binario 101001011_2 a octal, agrupamos los bits en conjuntos de tres y los reemplazamos por su equivalente octal.:

1012 = 58

0012 = 18

0112 = 38

y entonces: 1010010112 = 5138

Ejercicio 9:

Convierta los siguientes números binarios a octal: 11011012, 1011102, 110110112, 1011010112.

La conversión de números octales a binarios se realiza mediante un método similar, reemplazando cada dígito octal con su equivalente de tres bits. Por ejemplo, para convertir el número octal 7508 a binario, tomamos el equivalente binario de cada uno de sus dígitos.:

$7_8 = 111_2$

$5_8 = 101_2$

$0_8 = 000_2$

y, por tanto: $750_8 = 111101000_2$

Ejercicio 10:

Convierte los siguientes números octales en binarios: 25_8, 372_8, 2753_8

7. Conversión de números binarios a hexadecimales y viceversa

DECIMAL	BINARIO	HEXADECIMAL
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5

DECIMAL	BINARIO	HEXADECIMAL
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B

DECIMAL	BINARIO	HEXADECIMAL
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

La conversión entre números hexadecimales y binarios se realiza "expandiendo" o "contrayendo" cada dígito hexadecimal a cuatro dígitos binarios. Por ejemplo, para expresar en hexadecimal el número binario 101001110011_2 bastará con tomar grupos de cuatro bits, empezando por la derecha, y reemplazarlos por su equivalente hexadecimal:

$1010_2 = A_{16}$

$0111_2 = 7_{16}$

$0011_2 = 3_{16}$

y, por tanto: $101001110011_2 = A73_{16}$

En caso de que los dígitos binarios no formen grupos completos de cuatro dígitos, se deben añadir ceros a la izquierda hasta completar el último grupo. Por ejemplo:

$101110_2 = 00101110_2 = 2E_{16}$

Cuestionario Capítulo II

Ejercicio 2:

Convierte a hexadecimales los siguientes números binarios:

1010100101011101010_2, 111000011110000_2, 1010000111010111_2

La conversión de números hexadecimales a binarios se realiza de manera similar, reemplazando cada dígito hexadecimal con su equivalente de cuatro bits en la tabla. Para convertir por ejemplo el número hexadecimal 1F616 a binario, encontraremos los siguientes equivalentes en la tabla:

116 = 00012

F16 = 11112

616 = 01102

y por tanto: 1F616 = 0001111101102

Ejercicio 12:

Convierta los siguientes números hexadecimales a binario: 7A5D16, 101016, 8F8F16.

03

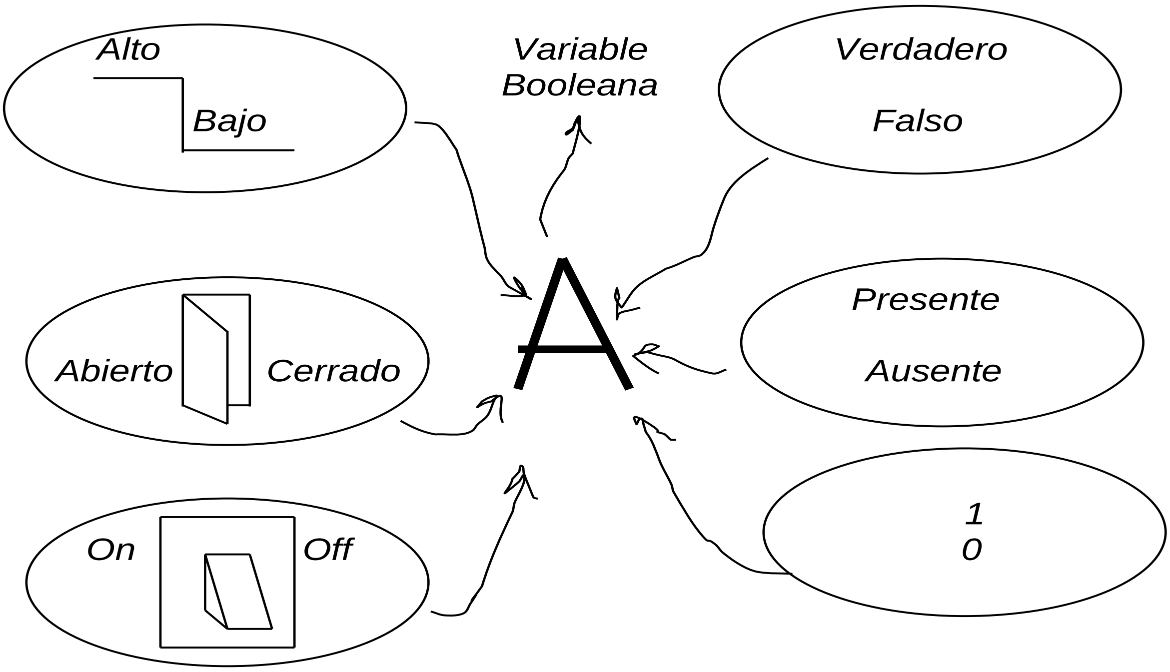
CAPÍTULO TRES

ALGEBRA DE BOOLE

El álgebra de Boole se define como un conjunto de reglas y procedimientos diseñados para transformar y simplificar funciones lógicas o booleanas, utilizando únicamente leyes y propiedades aceptadas en determinadas ramas de las matemáticas.

VARIABLE BOOLEANA

También conocida como variable bool. Representa una cantidad o evento, ya sea físico o abstracto, que solo puede tomar uno de dos estados predeterminados. Por ejemplo, si queremos usar una variable para representar un estado alto o bajo, abierto o cerrado, encendido o apagado, la presencia o ausencia de un estado, la veracidad o falsedad de una afirmación, cualquier dígito de un número en binario o una respuesta directa de sí o no, esta variable es una variable booleana



.

POSTULADOS DEL ALGEBRA DE BOOLE

A continuación, se presentan los postulados fundamentales del álgebra de Boole

Postulado 1. Definición. El álgebra booleana es un sistema algebraico definido en un conjunto **B**, el cual contiene dos o más elementos y entre los cuales se definen dos operaciones denominadas "suma u operación OR" (+) y "producto o multiplicación u operación AND" ( ), las cuales cumplen con las siguientes propiedades:

a. a = a --- a + a = a

Postulado 2. Existencia de Neutros. Existen en **B** el elemento neutro de la suma, denominado O y el neutro de la multiplicación, denominado 1, tales que para cualquier elemento x de s:

x + O = x (b) x. 1 = x

Postulado 3. Conmutatividad (la conmutatividad menciona que el orden de los elementos no afecta el resultado). Para cada x, y en **B**:

x+y = y+x (b) x y =y x

Postulado 4. Asociatividad. Para cada x, y, z en **B**:

x + (y + z) = (x + y) + z (b) x (y z) = (x y) z

Postulado 5. Distributividad. Para cada x, y, z en **B**:

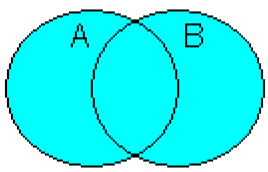
x+(y z)=(x+y) (x+z) (b) x (y+z)=(x y)+(x z)

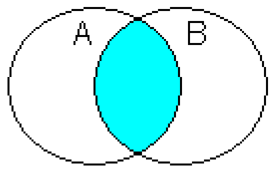
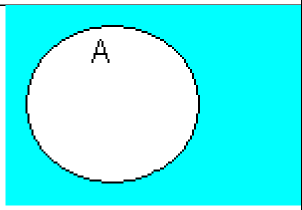
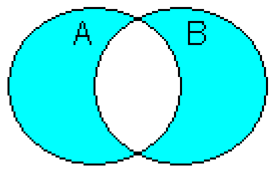
Postulado 6. Existencia de Complementos. Para cada x en **B** existe un elemento único denotado x (también denotado x'), llamado complemento de x tal que:

x+ x' = 1 (b) x x' = O

OPERADORES DE USO GENERAL

En álgebra de Boole, hay cuatro operadores de uso general: ∧ (y), ∨ (o), ⊕ (exclusiva o), y ¬ (negada, no, o complemento). El cuadro siguiente resume a los operadores boleanos.

Operador	Nombre	Tabla de verdad	Diagrama de Venn	Descripción
∧	y	A B A ∧ B 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1	 	el ∧ vuelve (1) verdadero si ambos operandos son (1) verdadero, si no vuelve falso (0). En la mayoría de los lenguajes de programación, y se representa por "y" o "&&". El operador "^" representa la exponenciación en la mayoría de los lenguajes de programación.

V	o	**A B A∨B** 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1		El v vuelve (1) verdadero si un o ambo operandos son (1) verdadero, si no vuelve falso (0). En la mayoría de los lenguajes de programación, o se representa por “ | ” o “ | | ”.
¬	no	**A ¬A** 0 1 1 0		el ¬ vuelve (1) verdadero si el operando es falso (0), y falso (0) si el operando es (1) verdadero. En la mayoría de los lenguajes de programación niegue o no es representado por la marca de exclamación “!”.
⊕	exclusiva o	**A B A ⊕ B** 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1 1 0		El ⊕ vuelve (1) verdadero si uno, pero no ambos operandos es (1) verdadero, si no vuelve falso (0). En la mayoría de los lenguajes de programación, la exclusiva o se ejecuta como llamada de función.

CLASE DE ÁLGEBRA DE BOOLER

A primera vista, algunos de los supuestos anteriores pueden parecer extraños, especialmente aquellos que son diferentes del álgebra numérica, y puede resultar difícil encontrar situaciones interesantes que se ajusten a cada supuesto, pero hay algunos ejemplos en los que los tres clásicos se encuentran. propuesto demostrando que son álgebras de Boole, es decir, satisfacen un axioma tras otro. álgebra de construcción

Se encarga de definir las acciones, reglas y propiedades que podemos aplicar a las colecciones. Una colección es un grupo, variación, categoría o colección de objetos llamados miembros de la colección. Por ejemplo, el símbolo s denota un conjunto, el elemento "a" pertenece o está incluido en el conjunto s, o equivalentemente, el conjunto s contiene el elemento a. Un conjunto s es determinista si se sabe con certeza que el objeto a es ε s o ε/s (significa que a no pertenece a s). Un conjunto suele representarse mediante llaves que encierran sus elementos, ya sea escribiendo cada elemento o enunciando una fórmula, regla o teorema que los describa. Podrás encontrar los siguientes tipos de colecciones (nombradas con mayúsculas):

- Una colección universal es una colección que contiene todas nuestras colecciones conectadas. - Un elemento de una colección es el único objeto que pertenece a la colección. a ε a. - Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos. - Un conjunto vacío es un conjunto que no contiene elementos y está marcado con el símbolo de la isla. Es importante señalar que si no tiene elementos entonces no tiene conjunto, pero la siguiente definición de conjunto vacío o vacío es muy útil. - Sea un conjunto el conjunto formado por los elementos del universo que no pertenecen a a. A este conjunto lo llamamos conjunto complemento y lo expresamos como - b se llama subconjunto de a y denota Si b ⊂ a si cada elemento de b pertenece a a. Entonces también decimos que b está contenido en a. Dados dos conjuntos a y b, el conjunto que consta de elementos que pertenecen a a o b se llama suma de los dos y se denota por a ∪ b. - El conjunto formado por los elementos pertenecientes a a y b se llama intersección, es decir a ∩ b - Dos conjuntos que no tienen elementos en común se llaman conjuntos disjuntos, y su intersección se llama conjunto vacío. Establecer las propiedades

Para definir estas propiedades, considere el conjunto b como el conjunto de todos los conjuntos procesados. 1. La suma es la suma de cantidades (∪) y la multiplicación es la intersección de cantidades (∩). 2.- Existencia de neutralidad. El punto neutro de la suma es el conjunto vacío f, y el punto neutro de la intersección es el conjunto ∪ de universos, ya que para cada conjunto a ∪ f = a y a ∩ ∪ = a. Cambiar propiedad. La unión y la intersección son conmutativas porque

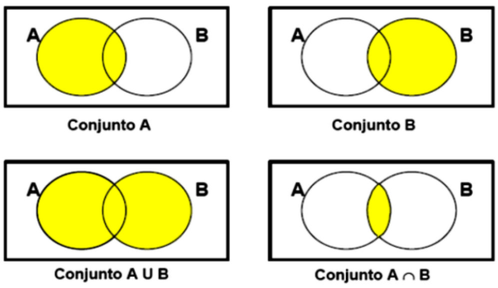
Cualquier par de conjuntos a, b: a ∪ b = b ∪ a y a ∩ b = b ∩ a

4.- Conexión. La unión e intersección de conjuntos son compatibles porque para tres conjuntos cualesquiera a, b, c: a ∪ (b ∪ c) = (a ∪ b) ∪ c y a ∩ (b ∩ c) = (a ∩ b) ∩ c

5.- Calcula la distribución. La suma de un conjunto se puede dividir en un punto de intersección y, a la inversa, un punto de intersección es divisible por una conexión, porque para los tres conjuntos a, b, c: a ∪ (b ∩ c) = (a ∪ b) ∩ (a ∪ c)) Y a ∩ (b ∪ c) = (a ∩ b) ∪ (a ∩ c)

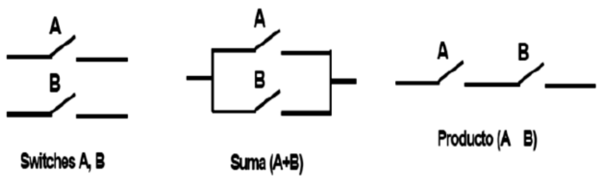
6.-Contiene aditivos. El complemento ac satisface las propiedades requeridas: a ∪ ac = ∪ y a ∩ ac = f.

Algunas de las declaraciones anteriores pueden ser difíciles de resumir o recordar, especialmente la capacidad de descomponerlas, por lo que es más práctico considerar una herramienta gráfica que haga que estas declaraciones sean casi visibles a simple vista:



CIRCUITOS DE CONMUTACIÓN

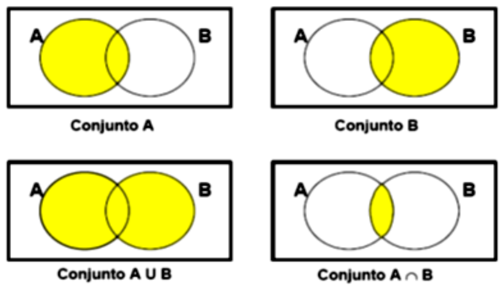
Una aplicación importante del álgebra de Bollinger es el álgebra de circuitos de conmutación. Un interruptor es un dispositivo con dos estados: cerrado y abierto, etiquetados 1 y 0 respectivamente. De esta manera, el álgebra de un circuito de conmutación no es más que un álgebra de Boole con dos elementos 0 y 1. 1.- La suma de contactos es en paralelo y la multiplicación de contactos es en serie como se muestra a continuación. El interruptor solo puede aceptar dos valores: {ON, OFF} o {1,0}.



Si dos interruptores se encienden y apagan al mismo tiempo, estarán etiquetados con la misma letra. Si funcionan de tal forma que

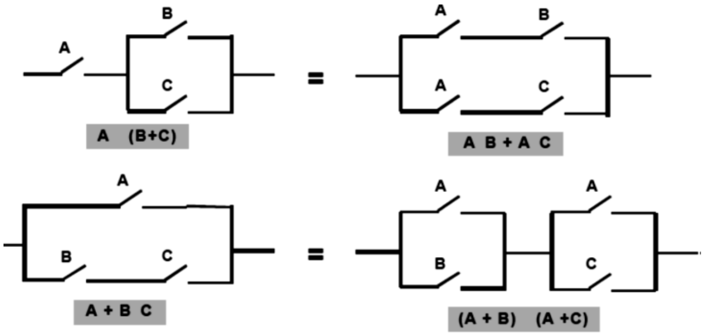
DIAGRAMAS DE VENN

En la siguiente figura se muestran diagramas de Venn para los conjuntos A, B, A U B y A ∩ B



cuando uno está encendido el otro está apagado y viceversa, entonces uno de ellos quedará marcado con una letra y el otro con su complemento. Un circuito que consta de interruptores xey en paralelo se representará como x, pero si los interruptores están en serie, se representará como xey. Cada circuito secuencial en paralelo tiene una expresión algebraica correspondiente y viceversa. Las expresiones incluyen operaciones (), (.), (`). 2.- Existencia de neutralidad. El punto neutro general es un circuito abierto (el interruptor siempre está abierto) y el punto neutro del producto es un cortocircuito (el interruptor siempre está cerrado).

3.- Propiedad conmutativa. Por supuesto, las conexiones en serie y en paralelo funcionan igual independientemente del orden en que se coloquen los interruptores que las conectan. 4. Elegibilidad. Las conexiones en serie y en paralelo son asociativas, es decir, cuando se conectan tres interruptores en paralelo, no importa qué par se conecta primero. Lo mismo ocurre con tres contactos en serie.



Nota 1. Tenga en cuenta que el diagrama anterior supone que el interruptor A se puede utilizar en dos posiciones diferentes. Esto se puede lograr físicamente simplemente haciendo dos interruptores conectados mecánicamente de modo que cuando uno esté encendido, el otro esté encendido y cuando uno esté apagado, el otro esté encendido. , el otro también está cerrado. 2da observación. Jerarquía de operaciones: de ahora en adelante se utilizará la notación algebraica utilizada en el diagrama anterior, asumiendo que cuando suma y producto aparecen en la misma expresión sin paréntesis, el producto se realiza antes y después. Todo. Para cambiar el orden de los pasos en una jerarquía, utilice paréntesis para indicar que el paso dentro del paréntesis se debe realizar primero. 6.- Contiene aditivos. El contacto A puede complementar otro contacto A conectando mecánicamente los dos contactos de modo que cuando un contacto esté encendido, el otro esté apagado y viceversa. verificación lógica Las oraciones pueden establecer conexiones posibles o pueden establecer conexiones más fuertes de maneras más complejas. En este ejemplo de álgebra de Bollinger, el conjunto B es el conjunto de todas las oraciones gramaticales. 1.- La suma ( ) es la combinación gramatical “OR” (OR), la multiplicación es la combinación gramatical “Y” (AND) y los significados que pueden contener las oraciones gramaticales: {falso, verdadero} = {F, B}. La siguiente figura muestra un ejemplo de cómo explicar el significado exacto de los operadores OR y AND (ya que pueden diferir de las explicaciones gramaticales cotidianas) introduciendo el concepto de tabla de verdad, que es simplemente una declaración de una declaración y todas sus combinaciones posibles. el valor verdadero o falso correspondiente.

Por ejemplo. Considere las siguientes declaraciones:

x = "Todo ingeniero eléctrico conoce la transformada de Fourier"

y = "Todo ingeniero eléctrico conoce la norma ISO-9000"

Lógica total:

x y = x o y = "Todo ingeniero eléctrico conoce la transformada de Fourier o conoce el estándar IS0-9000"

Productos lógicos:

x.y = x y y = "Todo ingeniero eléctrico conoce la transformada de Fourier y conoce la norma ISO-9000"

Suma:

X' = not x = "no todos los ingenieros eléctricos conocen la transformada de Fourier"

= "hay al menos un ingeniero eléctrico que no conoce la transformada de Fourier" "no hay ningún ingeniero eléctrico que conoce la transformada de Fourier"

Tablas de verdad:

x	y	x+y
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

x	y	x y
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

x	y
F	V
V	F

Ejemplo de un Neutro de la suma:

F = "Todo ingeniero electricista es premio novel de literatura'

Ejemplo de un Neutro de la multiplicación:

V = "Todo ingeniero electricista es mayor de edad "

2.- **Existencia de neutros**. El neutro de la suma, es un enunciado que evidentemente siempre es falso, (ver ejemplo). En forma similar, el neutro de la multiplicación es un enunciado que evidentemente siempre es verdadero.

3.- **Conmutatividad**. Evidentemente las conjunciones “y”, “o” no alteran el sentido del enunciado total, independientemente del orden en que son tomados.

4.- **Asociatividad**. Las conjunciones “y”, “o” son asociativas, es decir, al conectar tres enunciados gramaticales con “y” o con “o” no importa cual par de enunciados evaluemos primero para determinar si el enunciado total es verdadero o falso.

5.- **Distributividad**. La conjunción “y” es distributiva sobre la conjunción “o” y viceversa, esto es fácil de probar mediante tablas de verdad, como se muestra a continuación

Cuestionario Capítulo III

Ejemplo. Simplificar las siguientes expresiones

1.- A(BC + AC) + BC Distribuyendo el factor A en el paréntesis:

= ABC + AAC + BC, conmutando y aplicando idempotencia:

= ABC + BC + AC, usando absorción:

= BC +AC

2.- ((*XY)'Z)'*+*XZ* Usando el Teorema de De Morgan:

= ((*XY)'Z)' (XZ)'* , por De Morgan nuevamente e involución:

= (XY+ *Z'*)(*X'*+ *Z'*), distribuyendo:

=XY *X'* +XY *Z'* + *X' Z'* + *Z' Z'* , como X *X'* es cero, y por idempotencia:

= 0+ XY *Z'* + *X' Z'* + *Z'* , por absorción:

= *Z'*

3.- ((X+Y)'+YZW)'(XY)' Por el teorema de De Morgan:

= ((X+Y).(YZW')').(XY)' , nuevamente:

= (X+Y).(Y'+Z'+W').(X'+Y') , distribuyendo el primero con el tercer factor:

= (XY'+X'Y).(Y'+Z'+W') , distribuyendo nuevamente

= (XY'+XY'Z'+XYW'+X'YZ+X'YW , por absorción:

= (XY'+X'YZ+X'YW).

04

CAPÍTULO CUATRO

FUNCIONES MATEMATICAS

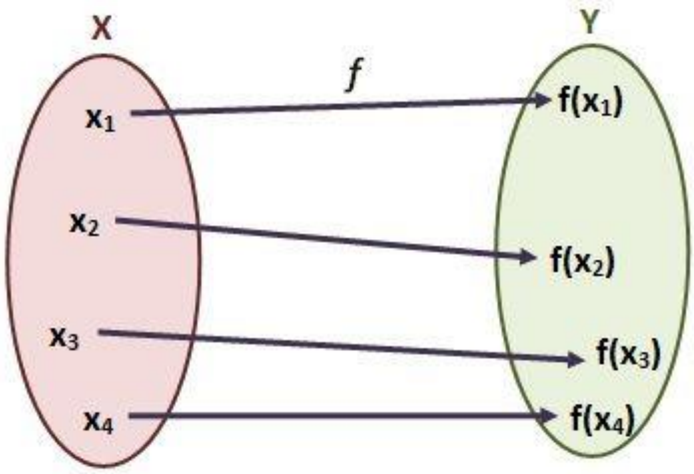
FUNCIONES

Las **funciones** son reglas que relacionan los elementos de un conjunto con los elementos de un segundo conjunto.

Cuando una magnitud depende de otra, se dice que está en función de ésta.

Una **función** *f* es una <u>relación</u> que asigna a los elementos de un primer conjunto (conjunto inicial *X*) un elemento de un segundo conjunto (conjunto final *Y*). A cada elemento de *X* le corresponde, **un y solo un** elemento de *Y*.

$$\begin{aligned} f : X &\longrightarrow Y \\ x &\longmapsto y = f(x) \end{aligned}$$



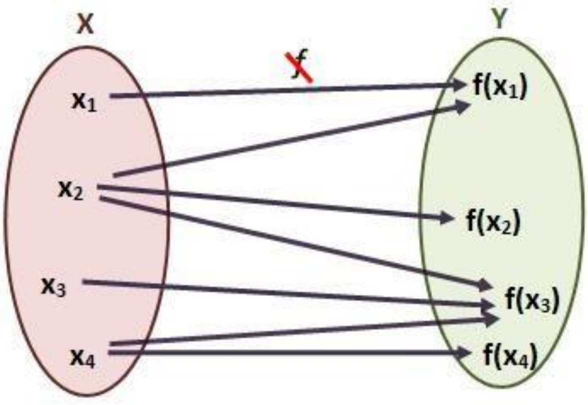
El elemento x del primer conjunto es la variable independiente. Es un valor que se fija previamente.

La letra *y* es la variable dependiente y corresponde a los elementos del conjunto final. Ésta variable depende del valor de la variable independiente x.

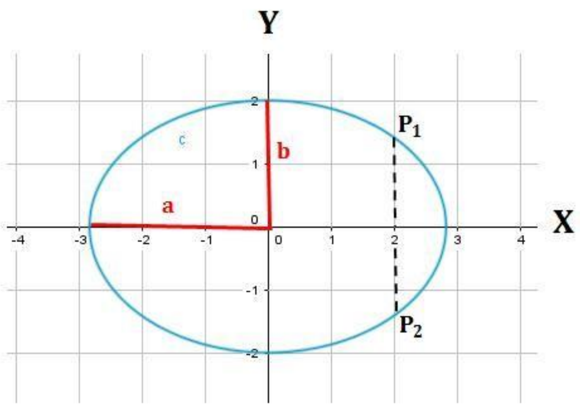
A *f*(x) se le denomina **<u>imagen</u>** de x, mientras que a x se le llama **<u>anti imagen</u>** de *f*(x).

¿Qué no es una función?

Si a un valor de la variable x le corresponde más de un valor de *y*, entonces esa <u>relación</u> no es una función.



Un ejemplo de lo que **no** es una función es cuando asignamos al conjunto de entrada las estaturas y al de salida, los alumnos un colegio. Esta relación no sería una función, pues podrían haber casos de valores de estaturas que tuviesen varios alumnos.



Otro ejemplo de lo que no sería una función: la ecuación de la elipse (para simplificar, centrada en el origen *O*).

Y sabemos que la ecuación de la elipse centrada en *O* es:

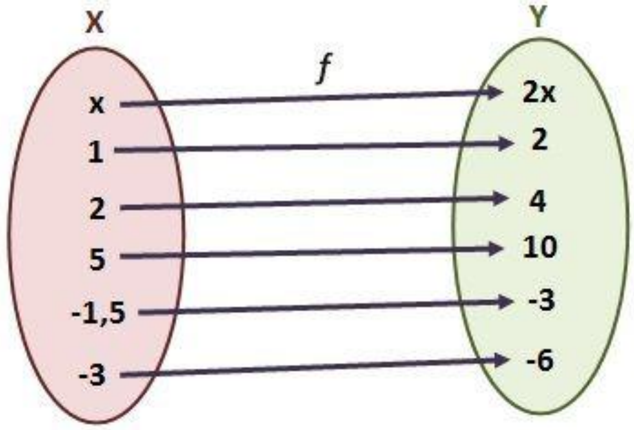
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

De la imagen y la ecuación, vemos que los valores de x particulares corresponden a dos valores de y. Por tanto, esta ecuación tampoco corresponde a la función. Como se ha dicho que la condición de la función es que a cada elemento del conjunto original X le corresponda uno y sólo un elemento del conjunto final Y, deducimos:

 No toda relación debe ser una función, aunque toda función es una relación. Por lo tanto, una ecuación (que representa una relación) no es necesariamente una función. Ejercicio

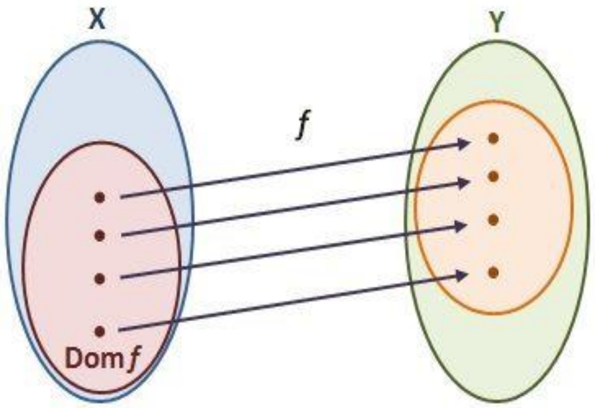
Por ejemplo, una función puede hacer coincidir cada número x con un número doble (2x).

$$\begin{aligned} f : X &\longrightarrow Y \\ x &\longmapsto y = 2x \end{aligned}$$

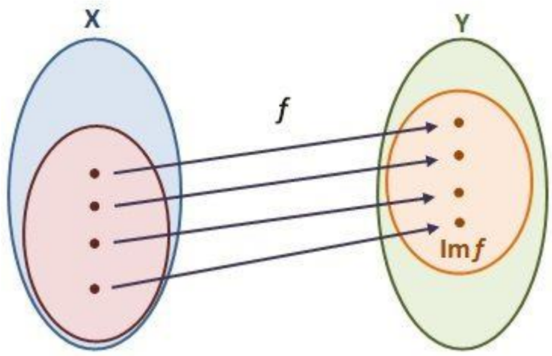


Dominio de la función

El dominio de una función *f* es el subconjunto **Dom *f*** (o **D**) de elementos que tienen imagen. Es decir, el conjunto de elementos x de la variable independiente X que tienen imagen en Y. También se le llama campo de existencia de la función.



El rango de la función f es el conjunto Im f (o Rec f) de todos los elementos que toma la variable dependiente. Esto significa que el conjunto de todas las imágenes realmente obtenidas de f. También se conoce como rango de función o conjunto de alcance. Un dominio genérico es el conjunto de valores sobre los cuales se define la función f, aunque no todos los elementos del dominio son necesariamente visuales (es decir, necesariamente dentro del rango de f).



Formalmente se define el recorrido de una función como:

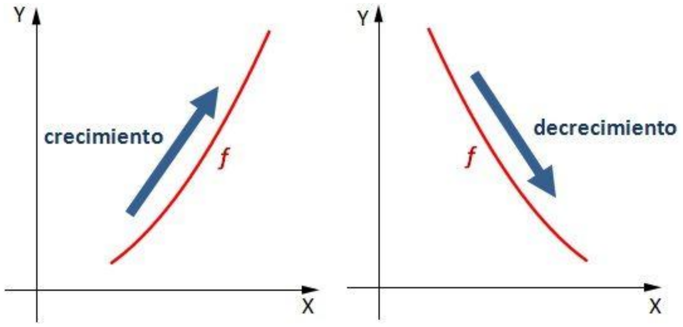
$$Im\ f = \{y \in Y \mid \exists x \in X\ ,\ f(x) = y\}$$

Las funciones en que el recorrido de la función Im *f* es el mismo que el conjunto final *Y* son funciones sobreyectivas.

Crecimiento y decrecimiento

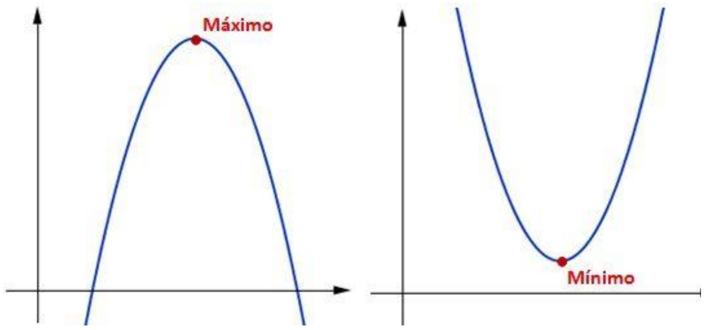
La **tasa de variación** indica cómo cambia una función al pasar de un punto a otro. Esta tasa examina si la función crece o decrece en una región.

El crecimiento o decrecimiento de una función *f* se puede estudiar en un intervalo [*a*,*b*], en un punto x o en todo el dominio.



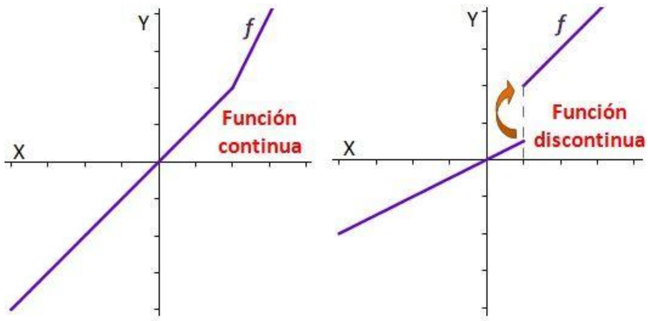
Máximos y mínimos

Los máximos y mínimos en una función *f* son los valores más grandes (máximos) o más pequeños (mínimos) que toma la función, ya sea en una región (extremos relativos) o en todo su dominio (extremos absolutos).



Los máximos y mínimos también se denominan extremos de la función.
Continuidad y discontinuidad

Una función se llama continua si su gráfica se puede representar mediante una curva. Lo decimos continuamente si se puede dibujar sin separar el lápiz del papel. Se dice que una función es discontinua si es discontinua, es decir, representa un determinado punto en el que hay un salto y la gráfica se rompe.



La continuidad de una función se estudia en diferentes sectores de la función:

- Continuidad en un punto
- Continuidad lateral
- Continuidad en un intervalo

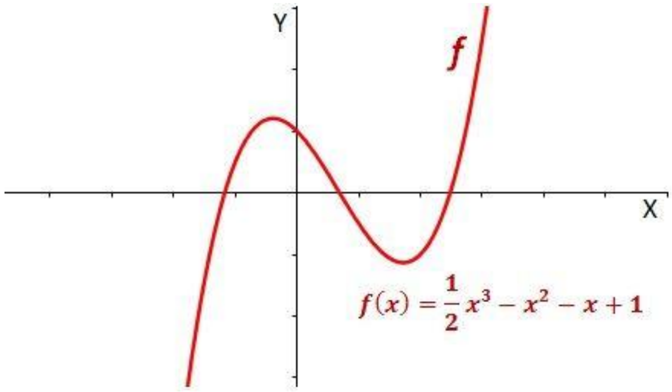
Tipos de funciones

Las **funciones** se pueden **clasificar** según su tipología:

Función polinómica

Una función polinómica *f* es una función cuya expresión es un polinomio tal como:

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots + a_nx^n$$



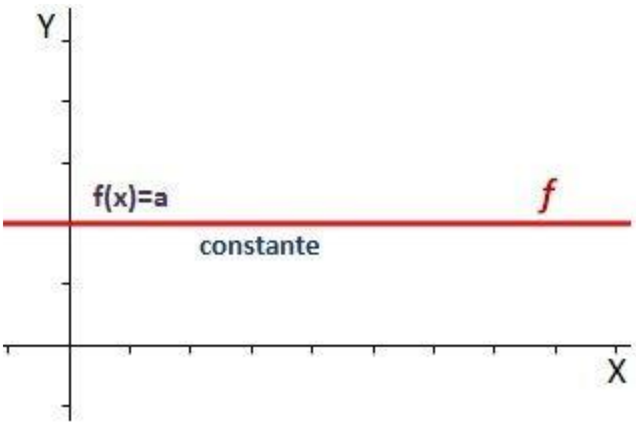
El dominio de las funciones polinómicas son todos los números reales.

Las funciones polinómicas son **continuas** en todo su dominio.

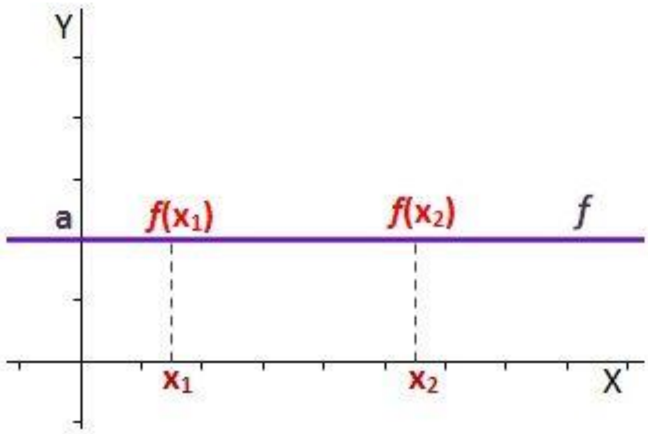
Función constante

Una función *f* es constante si la variable dependiente *y* toma el mismo valor *a* para cualquier elemento del dominio (variable independiente *x*).

$$f(x) = a \quad \text{siendo a constante}$$



En términos matemáticos, la función *f* es **constante** si para cualquier par de puntos x_1 y x_2 del dominio tales que $x_1<x_2$, se cumple que $f(x_1) = f(x_2)$.



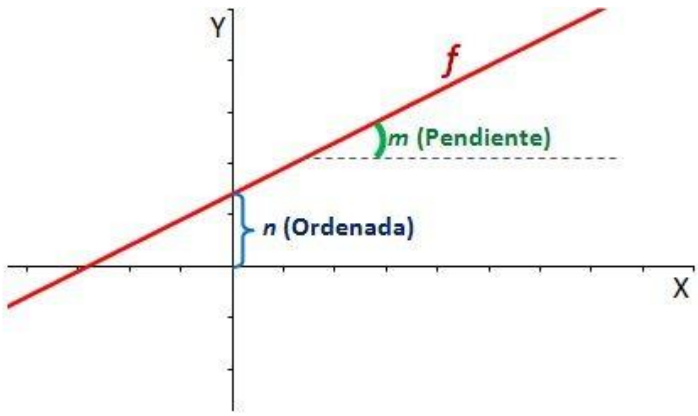
La gráfica de una función constante es una recta paralela al eje de abscisas *X*.

Función polinómica de primer grado

Las funciones polinómicas de primer grado o de grado 1 son aquellas que tienen un polinomio de grado 1 como expresión. Están compuestas por un escalar que multiplica a la variable independiente más una constante. Su mayor exponente es x elevado a 1.

$$f(x) = mx + n$$

siendo m la pendiente y n la ordenada



Su representación gráfica es una recta de pendiente *m*.

La *m* es la pendiente y la *n* la ordenada, o punto en donde corta la recta *f* al eje de ordenadas. Según los valores de *m* y *n* existen tres tipos:

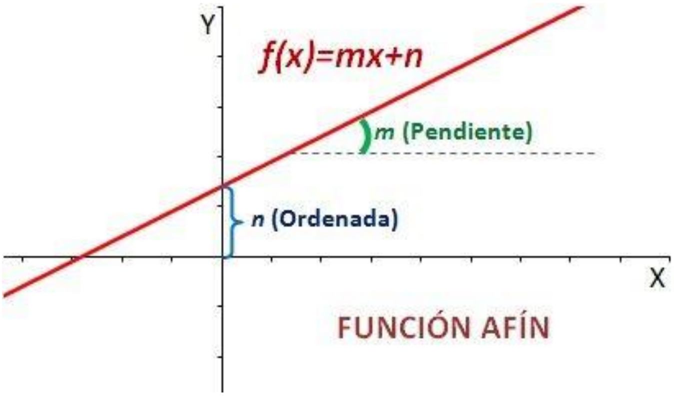
Función afín

Una función afín es una función polinómica de primer grado que no pasa por el origen de coordenadas, o sea, por el punto (0,0).

Las funciones afines son rectas definidas por la siguiente fórmula:

$$f(x) = mx + n$$

Los escalares *m* y *n* son diferentes de 0.

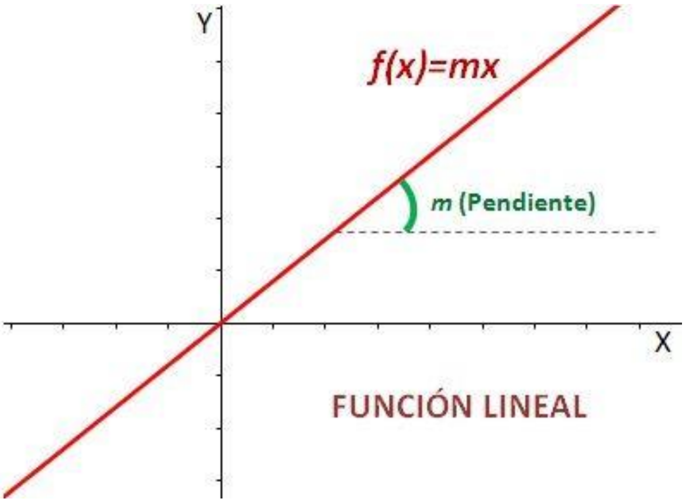


Función lineal

Una función lineal es una función polinómica de grado 1 que pasa por el origen de coordenadas, es decir, por el punto (0,0). Son funciones rectas de la forma:

$$f(x) = mx$$

siendo m la pendiente y diferente de

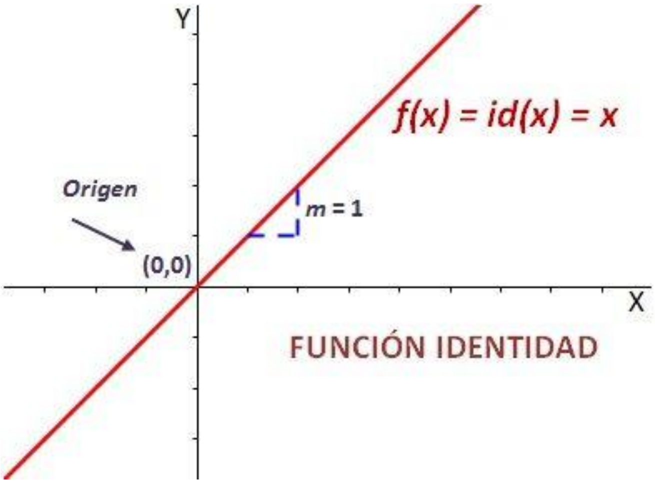


Función identidad

Una función identidad es una función tal que la imagen de cualquier elemento es éste mismo:

$$f(x) = x$$

Estas funciones también suele denotarse por ***id***.



La función identidad es una función lineal de pendiente *m* = 1 que pasa por el origen de coordenadas, es decir, por el punto (0,0). Divide el primer y el tercer cuadrante en partes iguales, o sea, es su bisectriz.

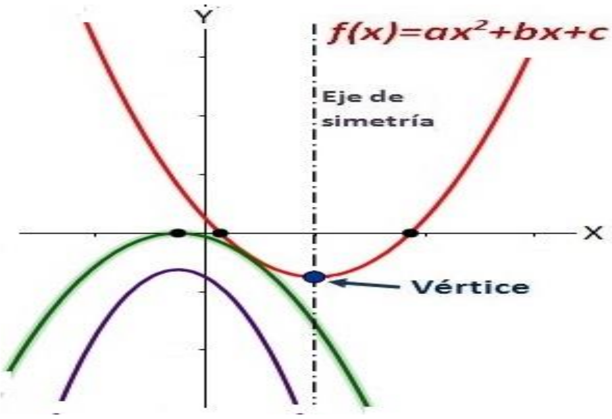
Función cuadrática

Las funciones cuadráticas (o funciones de segundo grado) son funciones polinómicas de grado 2, es decir, el mayor exponente del polinomio es x elevado a 2 (x^2):

$$f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$$

$$\text{siendo } a \neq 0$$

Su representación gráfica es una parábola vertical.



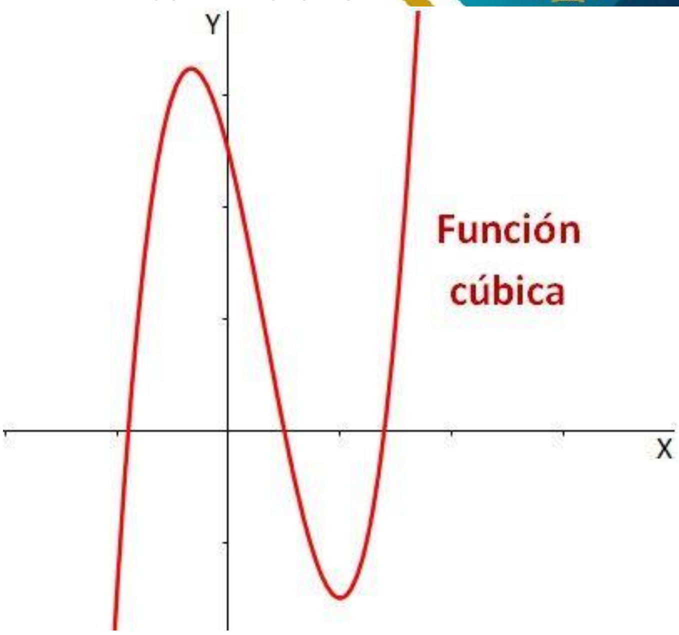
Función cúbica

Las funciones cúbicas (o funciones de tercer grado) son funciones polinómicas de grado 3, es decir, las que el mayor exponente del polinomio es x elevado a 3 (x^3):

$$f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d$$

$$\text{siendo } a \neq 0$$

La representación gráfica de la función cúbica es:

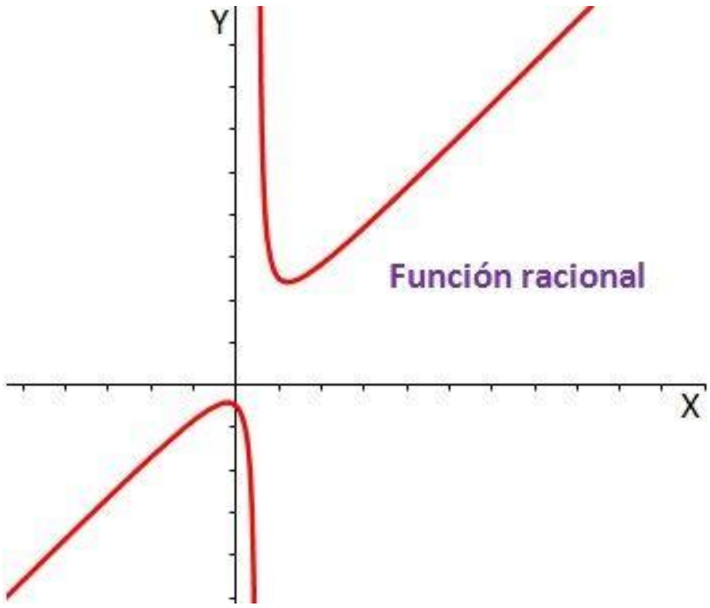


Función racional

Las funciones racionales $f(x)$ son el cociente de dos polinomios. La palabra racional hace referencia a que esta función es una razón.

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

$P(x)$ es el polinomio del numerador y $Q(x)$ el del denominador.

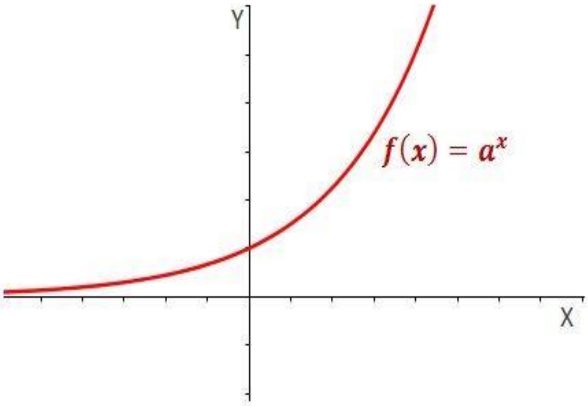


Función exponencial

Una función exponencial es aquella que la variable independiente x aparece en el exponente y tiene de base una constante *a*. Su expresión es:

$$f(x) = a^x$$

siendo *a* un real positivo, *a* > 0, y diferente de 1, *a* ≠ 1.



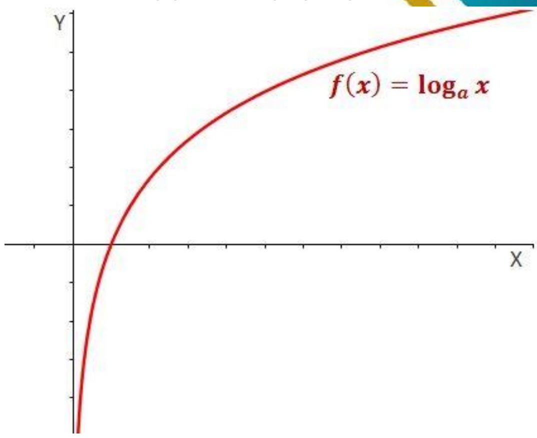
También se suele denotar la función como exp (x).

Función logarítmica

Una función logarítmica está formada por un logaritmo de base *a*, y es de la forma:

$$f(x) = \log_a(x)$$

siendo *a* un real positivo, *a* > 0, y diferente de 1, *a* ≠ 1.



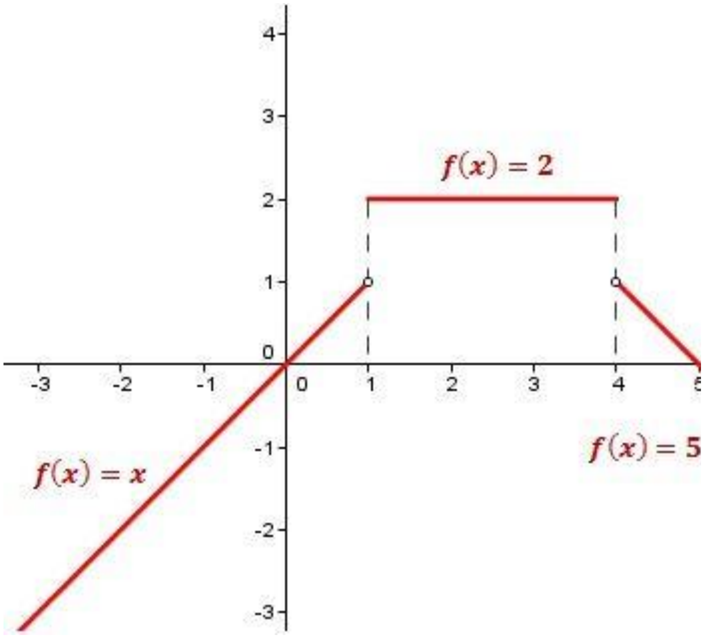
La función logarítmica es la inversa de la función exponencial.

Funciones definidas a trozos

Las funciones definidas a trozos (o función por partes) si la función tiene distintas expresiones o fórmulas dependiendo del intervalo (o trozo) en el que se encuentra la variable independiente (x).

Por ejemplo:

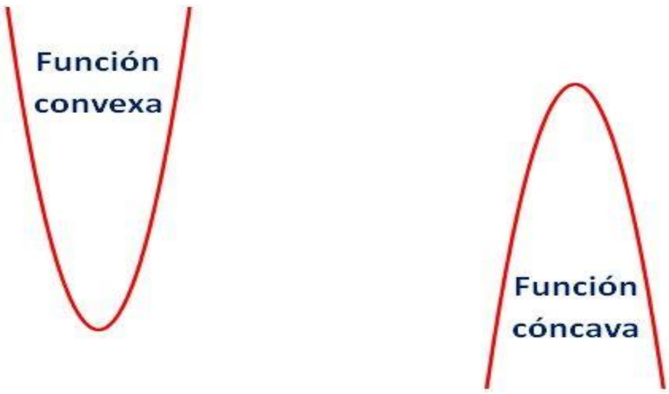
$$f(x) = \begin{cases} x & \text{si } -\infty < x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ 5 - x & \text{si } 4 < x < \infty \end{cases}$$



La imagen de un valor x se calcula según en que intervalo se encuentra x. Por ejemplo, el 0 se encuentra en el intervalo (-∞,1), por lo que su imagen es $f(0)=0$. El valor 3 está en el intervalo [1,4], entonces su imagen es $f(3)=2$.

Concavidad y convexidad

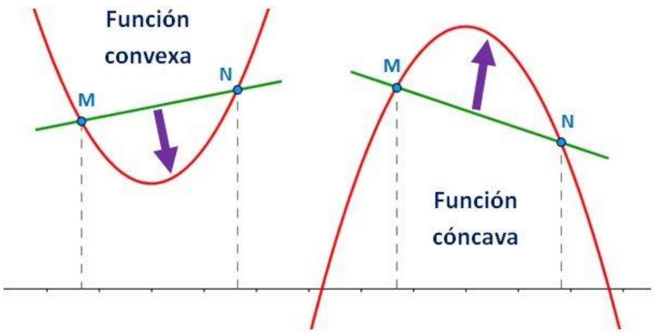
La concavidad y convexidad explica la forma geométrica que tiene una función.



En términos visuales, una función cóncava se asemeja a una montaña, mientras que una función convexa a un valle.

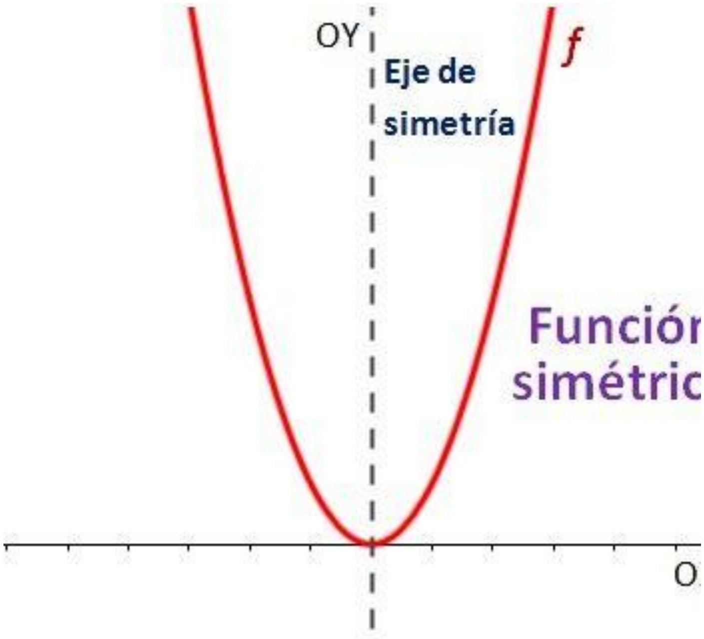
Diremos que una función es cóncava (o cóncava hacia abajo) si dados dos puntos cualesquiera (*M* y *N*) de su gráfica, el segmento que los une queda por debajo de la curva de la función. También se llaman funciones estrictamente cóncavas.

Análogamente, diremos que la función es convexa (o cóncava hacia arriba) si tomando dos puntos cualesquiera (*M* y *N*), el segmento que los une queda por encima de la curva. También se llaman funciones estrictamente convexas.



<u>Simetría</u>

Una función *f* es simétrica si al doblar su gráfica por un eje de simetría ésta se superpone.



Existen dos tipos de simetrías:

1. Funciones simétricas respecto al eje de ordenadas *OY* (también se llaman funciones pares).

2. Funciones simétricas respecto al origen (también llamadas funciones impares).

Estudiar si la función es simétrica se llama estudio de la simetría o, al tratarse de funciones pares o impares, estudio de la paridad.

Las funciones que no son simétricas son asimétricas.

Bibliografía

Albaladejo, C. M., Gómez, A. N., y Santiago, A. V. C. J. A. (2016). El Instituto Español de Entomología (CSIC) y la multitud molesta. *68*(1), p125-p125.

Argüello-Chávez, H. J. L. C. (2018). Orígenes de la entomología en Nicaragua y sus influencias, período 1835-1930. *18*(30), 56-60.

Atencio-Valdespino, R., y Collantes-González, R. J. A. M. (2023). Enfoque aplicado de la entomología durante los últimos cuarenta años en Panamá. 50756-50756.

Bueso, G. J. P. E. L. r. p. d. s. v. (2018). Elisa Viñuela, catedrática de Entomologia Agrícola de la UPM.:"Es importante que estemos concienciados del gran papel que juega la fauna útil en la agricultura". (302), 16-19.

Cruz-Miralles, J., Cabedo-López, M., Pérez-Hedo, M., Flors, V., y Jaques, J. A. J. P. m. s. (2019). Zoophytophagous mites can trigger plant-genotype specific defensive responses affecting potential prey beyond predation: the case of Euseius stipulatus and Tetranychus urticae in citrus. *75*(7), 1962-1970.

Diaz, B. M., Maza, N., Castresana, J. E., y Martínez, M. A. (2020). Los sírfidos como agentes de control biológico y polinización en horticultura.

Ferrer Wurs, F. J. R. d. C. A. (2021). Control biológico de plagas agrícolas en Venezuela: los logros históricos de la empresa Servicio Biológico (SERVBIO). *55*(1), 327-344.

Hernández-Tenorio, F., y Orozco-Sánchez, F. J. R. d. I. F. d. C. (2020). Nanoformulaciones de Bioinsecticidas Botánicos Para El Control de Plagas Agricolas. 9(1), 72-91.

Hernández-Trejo, A., Estrada Drouaillet, B., Rodríguez-Herrera, R., García Giron, J. M., Patiño-Arellano, S. A., y Osorio-Hernández, E. J. R. m. d. c. a. (2019). Importancia del control biológico de plagas en maíz (Zea mays L.). *10*(4), 803-813.

Ispizua, P. (2018). *Control biológico de plagas de la agricultura* Universidad del Salvdor].

Jiménez Martínez, E. (2009). Entomología. In: Universidad Nacional Agraria.

Jiménez Martínez, E., y Rodríguez Flores, O. (2014). Insectos: Plagas de cultivos en Nicaragua. In: Universidad Nacional Agraria.

Mago, M. J. R. d. I. F. d. A. (2022). Insectos plagas más importantes que afectan rubros agrícolas en Venezuela. 51-51.

Mejia, C., y Mesa, N. (2016). *Entomología económica y manejo de plagas*. Universidad Nacional de Colombia.

Müller, V. T. V., Júnior, G. J. S., y Aguiar, G. A. (2020). O ensino de Entomologia agrícola através da utilização de coleções entomológicas. 4° Salão de Pesquisa, Extensão e Ensino do IFRS,

Ortega, J. G., Guamán, M. M., Piguave, C. C., Villao, F. A., Morán, J. M., Tumbaco, M. V., . . . Campana, W. N. Entomología aplicada para Agropecuarios.

Pascal, E., Chirinos, A., Vásquez, H., y San Blas, E. J. M. A. d. I. I. J. C. d. D. d. C. N. (2016). Agroecología y manejo de insectos plaga. *21*(22), 60-64.

Polack, L. A., Lecuona, R. E., y López, S. N. J. E. a. d. I. ú. t. d. E. I. C. d. B. A., Buenos Aires, Argentina. (2020). Control biológico de plagas en horticultura.

PROGRAMA, D., y DE COMPETENCIAS, E. E. E. J. F. (2018). Departamento de Parasitología Agrícola. *5*, 1.

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO

TOMO 2:

Estadística Descriptiva

GUÍA DE ESTUDIO

CONTENIDOS

01

INTRODUCCIÓN A LA ESTDÍSTICA DESCRIPTIVA

CAPÍTULO UNO

Estadística Descriptiva

La estadística es una herramienta fundamental en cualquier campo del saber y muy especialmente para los alumnos que se preparan en el área financiera, ya que con ella pueden hacer proyecciones y estimaciones que serán necesarias para lograr el mejor aprovechamiento de los recursos.

Mediante la asignatura comprenderá conceptos importantes en el ámbito mercantil y financiero, lo cual le garantizará una sólida formación técnica.

Para afianzar conocimientos se irá suministrando ejercicios prácticos, y al final de algunas unidades, habrá autoevaluaciones que el participante, después del estudio concienzudo, estará en capacidad de resolver.

Competencias que se espera alcanzar en el estudiante.

General

Aplica los conceptos, técnicas y procedimientos para el procesamiento, presentación y análisis de datos de la Estadística aplicada.

Específicas

1.- Define conceptos fundamentales de la estadística aplicada.

2.- Procesa datos recolectados por muestra, los presenta y analiza con fines de toma de decisiones y para presentación de informes.

3.- Aplica procedimientos para la construcción y análisis de tablas de distribución de frecuencia.

4.- Determina las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión.

5.- Participa en la elaboración de modelos de regresión lineal y serie de tiempo.

6.- Analiza cuadros, gráficos y tablas estadísticas

FUNDAMENTOS

ESTADÍSTICA

Ciencia rama de la Matemática que se ocupa de recolectar, organizar, presentar, analizar e interpretar información cuantitativa para obtener conclusiones válidas, solucionar problemas, predecir fenómenos y ayudar a una toma de decisiones más efectivas.

APLICACIONES

Antes sólo se aplicaba a los asuntos del Estado, pero en la actualidad la utilizan las compañías de seguros, empresarios, comerciantes, educadores, etc. No hay campo de la actividad humana que no requiera del auxilio de esta ciencia, así por ejemplo:

- El educador, mediante la estadística, podrá conocer si un estudiante lee muy bien o regular, si la asistencia es normal o irregular, si la estatura está en relación con la edad, media aritmética de rendimiento escolar en un período determinado, etc.
- El hombre de negocios realiza encuestas estadísticas para determinar la reacción de los consumidores frente a los actuales productos de la empresa y en el lanzamiento de los nuevos.
- El economista emplea una amplia gama de elementos estadísticos para estudiar los planes de los consumidores y efectuar pronósticos sobre las tendencias de las actividades económicas
- El sociólogo trata de auscultar la opinión pública mediante encuestas, para determinar su preferencia por un candidato presidencial, o su posición frente a determinados problemas económicos, políticos o sociales
- El geólogo utiliza métodos estadísticos para determinar las edades de las rocas
- El Genetista determina las semejanzas entre los resultados observados y esperados en una experiencia genética, esto se determina estadísticamente

FINES

- **Conocer** las características de un grupo de casos de estudio.
- **Comparar** entre los resultados actuales y los obtenidos en experiencias pasadas para determinar las causas que han influenciado en los cambios.
- **Predecir** lo que pude ocurrir en el futuro de un fenómeno.

OBJETIVOS

- **Describir** numéricamente las características de los conjuntos de observaciones. Esta etapa consiste en recopilar, organizar, tabular y presentar gráficamente los datos, proporcionando una visión cuantitativa de los fenómenos observados.

- **Analizar** los datos de manera objetiva con el fin de disponer de un concepto claro de universo o población y adoptar decisiones basadas en la información proporcionada por los datos de la muestra.
- **Estimar** o predecir lo que sucederá en el futuro con un fenómeno de una manera relativamente aceptable, así por ejemplo, podemos estimar cuál será la población del país dentro de un determinado número de años conociendo la actual.

FASES DEL MÉTODO ESTADÍSTICO

- **Recopilación.-** Obtención de datos relacionados con el problema motivo de estudio, utilizando instrumentos, tales como: cuestionarios, entrevistas, informes, memorias, etc.
- **Organización.-** Se realizar crítica, corrección, clasificación y tabulación de los datos obtenidos en el paso anterior.
- **Presentación.-** Mostrar datos de manera significativa y descriptiva. Los datos deben colocarse en un orden lógico que revele rápida y fácilmente el mensaje que contienen. La presentación se la puede hacer a través de gráficos estadísticos.
- **Análisis.-** Descomponer el fenómeno en partes y luego examinar cada una de ellas con el objetivo de lograr una explicación, haciendo uso, en su mayoría, de los cálculos matemáticos.
- **Interpretación.-** Proceso mental, mediante el cual se encuentra un significado más amplio de los datos estadísticos con el objetivo de llegar a conclusiones para la toma de decisiones y solución de problemas.

CLASIFICACIÓN DE LA ESTADÍSTICA

- **ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA O DEDUCTIVA**

Es la parte de la Estadística que proporciona métodos para recopilar, organizar, presentar, resumir, analizar e interpretar la información contenida en un conjunto de datos, los cuales han de plasmarse en gráficos, tabulares o numéricos, así por ejemplo:

Un docente calcula la calificación promedio de sus cursos. Sólo describe el desempeño, no hace ninguna generalización acerca de los mismos, acá se está haciendo uso de la Estadística Descriptiva.

- **ESTADÍSTICA INFERENCIAL O INDUCTIVA**

Es la parte de la Estadística que proporciona métodos para extraer conclusiones o generalizaciones que sobrepasan los límites del conocimiento aportados por un conjunto de datos. Busca obtener información sobre la población, basándose en el estudio de los datos de una muestra tomada a partir de ella, así por ejemplo:

El docente utiliza el promedio de calificaciones obtenidas por uno de sus cursos para estimar la calificación promedio de los 5 cursos a su cargo. Al realizar generalización acerca los diferentes cursos, en este caso se usa la Estadística Inferencial.

POBLACIÓN

Conjunto de todos los elementos que serán sometidos a un estudio estadístico, es decir, sobre el que se realizan las observaciones.

Una población puede ser finita o infinita.

- Finita cuando está delimitada y conocemos el número que la integran, así por ejemplo: Estudiantes del IUDAG.
- Infinita cuando a pesar de estar delimitada en el espacio, no se conoce el número de elementos que la integran, por ejemplo: Todos los profesionales universitarios que están ejerciendo su carrera, peces del mar, estrellas en el infinito, etc.

MUESTRA (N)

Es el subconjunto de una población, es un pequeño universo. Se la usa cuando la población es infinita o sumamente grande y es imposible Observar todos sus elementos.

Ejemplo: Estatura de los empleados de una fábrica. Calificaciones de los alumnos matriculados en Estadística en la Modalidad de Estudios a Distancia

VARIABLE

Caracteres susceptibles a cambio y pueden tener diferentes valores en cada elemento o individuo.

Clasificación de la variable

- ***Variable Cualitativa***

Expresan distintas cualidades, características o modalidad. Cada modalidad que se presenta se denomina atributo o categoría, y la medición consiste en una clasificación de dichos atributos. Las variables cualitativas pueden ser dicotómicas cuando sólo pueden tomar dos valores posibles, como *sí y no*, *hombre y mujer* o ser Politómicas cuando pueden adquirir tres o más valores.

Dentro de ellas podemos distinguir:

- ***Ordinal***

Puede tomar valores ordenados siguiendo una escala establecida, por ejemplo: (grado de satisfacción: excelente, bueno, regular); (intensidad del dolor: leve, moderado, fuerte); (posición en la lista: 1°, “2°, 3°); etc.

- ***Nominal***

Los datos no pueden ser sometidos a un criterio de orden, por ejemplo: sexo, grupo sanguíneo, religión, nacionalidad, colores, etc.

- ***Variable Cuantitativa***

Es toda magnitud representada por números. Como por ejemplo, peso, estatura, número de habitantes, etc. Se divide en:

- ***Variable Discreta***

Está limitada a ciertos valores, generalmente números enteros (Z) o exactos, frecuentemente resultan de la enumeración o del conteo, como por ejemplo: número de estudiantes de la promoción, número de carros vendidos, etc. No existen valores fraccionados.

- ***Variable Continua***

Puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo, representado por un número racional (Q), por lo que su espacio muestral es infinito. Por ejemplo: (la masa: 2,3 kg, 2,4 kg, 2,5 kg…); (la altura: 1,64 m, 1,65 m, 1,66 m…)

INDIVIDUO O ELEMENTO

Unidad mínima que compone una población, es decir, cada uno de los integrantes

Puede ser

- Una entidad simple: una persona
- Una entidad compleja: una familia
- Algo con existencia real: un automóvil
- Algo abstracto: un voto, la temperatura, el tiempo
- Unidades naturales: obreros, turistas, empleados, emigrantes, etc.

PARÁMETRO

Conjunto de características (resultados) o valores numéricos, cuando se han obtenido a partir de una población. Ejemplo: Edad promedio de los alumnos de la Universidad.

ESTADÍSTICO

Conjunto de características (resultados) cuando se han obtenido a partir de una muestra.

Ejemplos básicos de parámetros estadísticos son: la media y la desviación estándar. Algunos ejemplos gráficos son: histograma, pirámide poblacional, clúster, entre otros.

DATOS ESTADÍSTICOS

Son medidas, valores o características susceptibles de ser observados y contados. Como por ejemplo, la edad de los estudiantes del IUDAG.

Los datos estadísticos pueden ser clasificados en:

- ***Cualitativos:*** la diferencia entre ellos es de clase y no de cantidad. Ejemplo: Estado civil, Sexo, Raza, Color, Nivel educativo
- ***Cuantitativos:*** representan magnitudes. Ejemplo**:** Edad, Estatura, precio.
- ***Cronológicos:*** difieren en instantes o períodos de tiempo.
- ***Geográficos:*** referidos a localidad. Los datos estadísticos se obtienen de:
- **Fuentes primarias*:*** obtenidos directamente sin intermediarios valiéndose de observaciones, encuestas, entrevistas y sondeos de opinión.
- **Fuentes secundarias*:*** obtenidos a través de intermediarios valiéndose de textos, revistas, documentos, publicaciones de prensa, y demás

trabajos hechos por personas o entidades.

ESCALAS DE MEDICIÓN

En cuanto a las escalas de medición la estadística cuenta con las siguientes:

- **Nominal**

Se utiliza principalmente en los datos cualitativos y nos permite manejar la información por su nombre, como en los casos de marcas de diferentes productos, enfermedades, preferencias, etc.

Por ejemplo:

- Sexo: las clases son masculino o femenino.
- Especialidad: las diferentes especialidades (carreras) de la UCV.
- Número de cédula de identidad personal.
- Temperatura de una persona: sanguíneo, flemático, melancólico, colérico.

- **Ordinal**

Se utiliza cuando necesitamos establecer orden entre las diferencias de la población y sus datos son cualitativos, por ejemplo, escalas de calidad (mala, regular, buena, muy buena), escalas de gusto (mu y sabrosa, sabrosa, agradable, desagradable, muy desagradable), etc.

Por ejemplo:

Evaluaciones en un examen: 5, 4, 3 y 2.

Grado de satisfacción de una necesidad: alto, medio, bajo

Conocimiento de un idioma: excelente, bien, regular, mal

- **Intervalo**

Espacio o distancia que hay de un tiempo a otro o de un lugar a otro. Se utiliza principalmente en datos cuantitativos y es una escala que no cuenta con un cero absoluto o con un instrumento estandarizado, por ejemplo, la temperatura se puede medir en grados centígrados, Fahrenheit o kelvin.

- **Razón**

Básicamente utilizada en datos cuantitativos que pueden ser medidos con instrumentos estandarizados o con un cero absoluto como por ejemplo una distancia medida en kilómetros, un volumen medido en centímetros cúbicos, ventas medidas en bolívares, etc.

CENSO

Es una técnica de recolección de datos estadísticos que se realiza a toda la población

ENCUESTA

Es la técnica que nos permite recolectar datos estadísticos que se realiza a una muestra de la población.

Se clasifica en:

- ***Descriptiva.-*** Cuando registra datos referentes a las características de los elementos o individuos.
- ***Explicativa.-*** Cuando averigua las causas o razones que originan los fenómenos.
- ***Mixtas.-*** Cuando es descriptiva y explicativa.
- ***Por muestreo.-*** Cuando recolecta información de grupos representativos de la población.

Su estructura es:

- Nombre de la institución que auspicia la encuesta.
- Tema de la encuesta.
- *Objetivos* de la encuesta.
- Datos informativos: Lugar, fecha, y otros datos que se considere necesario según la naturaleza de la información estadística a encuestarse.
- *Instrucciones* para el encuestado para que sepa la forma de llenar la encuesta.
- Cuestionario o listado de preguntas (cerradas, abiertas, o ambas a la vez) sobre los diferentes aspectos motivo de estudio.
- Frase de agradecimiento al encuestado, como por ejemplo, ¡Gracias por su colaboración!

Las diferentes tipos de preguntas pueden ser:

- ***Abiertas.-*** Son aquellas en la cual el encuestado construye la respuesta de manera libre según su opinión y de la manera que él desea. Ejemplo:

¿Qué piensa usted sobre la política educativa del actual gobierno?

- ***Cerradas o dicotómicas.-*** Sólo

pueden ser contestadas por un "sí" o por un "no". Ejemplo:

¿Está usted de acuerdo con la política educativa del actual gobierno?

Si ( ) No ( )

Como es obvio, la respuesta será forzosamente una de las alternativas planteadas: Las preguntas cerradas son fáciles de tabular y facilitan la cuantificación mediante la asignación de puntuaciones.

Preguntas de elección múltiple o categorizada: Se trata en cierto modo de preguntas cerradas que, dentro de los extremos de una escala permiten una serie de alternativas de respuestas cuyos matices son fijados de antemano. Presentan dos formas: En abanico y de estimación.

Preguntas con respuesta en abanico: Estas preguntas permiten contestar señalando una o varias respuestas presentadas junto con la pregunta. Por ejemplo: Indique otras alternativas que considere importantes para mejorar la educación en nuestro país.

Preguntas de Estimación: Son preguntas cuantitativas que introducen diversos grados de intensidad creciente o decreciente para un mismo ítem.

Cuestionario Capítulo I

CUESTIONARIO 01

1-. Defina Estadística

2-. Mencione algunas aplicaciones de la estadística

3-. ¿Cuáles son los fines de la estadística?

4-. Diga los objetivos de la estadística

5-. Explique en secuencia las fases del método estadístico.

6-. ¿Qué es la Estadística Descriptiva o Deductiva?

7-. ¿Qué es la Estadística Inferencial o Inductiva? 8-. Defina Población

9-. ¿Cuándo una población es finita?

10-. ¿Cuándo una población es infinita?

11-. ¿Cuál es la diferencia entre población y muestra?

12-. Defina variable

13-. ¿Cuándo una Variable es cualitativa?

14-. ¿Cuándo una Variable es cuantitativa?

15-. ¿Qué es una Variable dicotómicas?

16-. ¿Qué es una Variable Politómicas?

17-. ¿Qué es una Variable Discreta?

18-. ¿Qué es una Variable Continua?

19-. ¿Qué es una Variable Ordinal?

20-. ¿Qué es una Variable Nominal?

21-. Defina Individuo

22-. ¿Qué es un parámetro?

23-. ¿Qué es un estadístico?

24-. Defina Datos estadísticos

25-. ¿Cómo se pueden clasificar los datos estadísticos?

02

ORGANIZADOR DE DATOS

CAPÍTULO DOS

Organización de datos

MUESTREO

Muestra

Es un subconjunto de la población. Ejemplo: Estudiantes de 2do lapso.

Sus principales características son:

Representativa.- Se refiere a que todos y cada uno de los elementos de la población tengan la misma oportunidad de ser tomados en cuenta para formar dicha muestra.

Adecuada y válida.- Se refiere a que la muestra debe ser obtenida de tal manera que permita establecer un mínimo de error posible respecto de la población.

CÁLCULO DE LA TALLA ÓPTIMA DE LA MUESTRA

Para que una muestra sea fiable, es necesario que su tamaño sea obtenido mediante procesos matemáticos que eliminen la incidencia del error.

Para calcular el tamaño de la muestra suele utilizarse la siguiente fórmula:

$N\sigma^2Z^2$

Siendo:

n = el tamaño de la muestra.

N = tamaño de la población.

n =

$(N - 1)\ e^2 + \sigma^2Z^2$

σ = Desviación estándar de la población que, generalmente cuando no se tiene su valor, suele utilizarse un valor constante de 0,5.

Z = Valor obtenido mediante niveles de confianza. Es un valor constante que, si no se tiene su valor, se lo toma en relación al 95% de confianza equivale a 1,96 (como más usual) o en relación al 99% de confianza equivale 2,58, valor que queda a criterio del encuestador.

e = Límite aceptable de error muestral que, generalmente cuando no se tiene su valor, suele utilizarse un valor que varía entre el 1% (0,01) y 9% (0,09), valor que queda a criterio del encuestador.

Ejemplo ilustrativo: Calcular el tamaño de la muestra de una población de 1000 elementos.

Solución:

Se tiene N=1000, como no se tiene los demás valores se tomará: σ = 0,5

Z = 1,96

e = 0,05.

Reemplazando valores en la fórmula se obtiene:

$N\sigma^2Z^2$ 1000 * $0{,}5^2$ * $1{,}96^2$ 1000 * 0.25 * 3,8416 n = = =

$(N - 1)\ e^2 + \sigma^2Z^2$ (1000 - 1) * $0{,}05^2$ * $1{,}96^2$ (999) * 0.0025 + 0.25 *

3.8416

960,4 960,4

n = = = 277,74 ≈ 278 2,4975 + 0,9604 3,4579

MÉTODOS DE COLECTA DE DATOS

La recogida de datos es la primera etapa a pensar y decidir. La primera cuestión será el objetivo. La segunda es la del tipo de datos a recoger. Existen 3 tipos de recogida de datos:

La recolección de datos periódica

El muestreo o el censo

La recogida mediante investigación científica

Sólo se presentarán aquí los métodos de muestreo que permiten recoger las informaciones necesarias para calcular las probabilidades sobre una población con un nivel de confianza definido.

El objetivo del muestro es el de recabar los datos necesarios para practicar la estadística inferencial.

Los distintos métodos son:

- El muestreo aleatorio simple
- El muestreo por conglomerados
- El muestreo por cuotas
- El muestreo estratificado
- El muestreo sistemático
-

Se pueden distinguir 2 tipos de métodos de muestreo: los no aleatorios y los aleatorios.

El método no aleatorio más utilizado es el muestreo por cuotas: a partir de las especificidades de una población, se elabora la muestra respetando los niveles deseados eligiendo aleatoriamente los individuos con mismas características.

Los métodos aleatorios recurren a los conceptos de probabilidades en la elección de las muestras. Solos estos métodos permiten estimar el nivel de confianza de los resultados de la población muestral.

Muestreo aleatorio simple

El muestreo aleatorio simple es la base de la teoría muestral.

Para obtener una muestra de este tipo, numeramos los individuos de la población de 1 a N, pues se extraen n individuos.

El objetivo es proporcionar una estimación insesgada de la media y de la varianza poblacional.

Muestreo por conglomerados

Para el muestreo por conglomerados es necesario dividir la población en sub- grupos.

Cada uno de esos sub grupos tiene que ser representativos de la población representada.

El muestreo por conglomerados consiste en poner aleatoriamente a los individuos escogidos en cada sub-grupo elegido y basar el estudio en estos individuos.

El ejemplo más común de este tipo de muestreo es un gran estudio de una ciudad que se divide asimismo en un estudio para cada barrio y entonces se efectúa un muestreo aleatorio simple.

Para obtener un muestreo por conglomerados manteniendo las propiedades estadísticas más precisas posibles, es necesario:

Un número de conglomerados no consecuente.

Tamaño de los conglomerados uniformes.

Homogeneidad de los individuos dentro de los conglomerados.

Muestreo por cuotas

Puede que el método más utilizado actualmente, especialmente en los sondeos y encuestas utilizados por los medios de comunicación. Se trata de construir una muestra idéntica a la población a estudiar en términos de propiedades.

Por lo tanto se trata de un método no aleatorio.

El método de cuotas se basa en la distribución conocida de una población (edad, sexo, situación geográfica, categoría socio-profesional...).

Una vez determinada la dimensión del sondeo que se desea efectuar, basta con

Cuestionario Capítulo I

CUESTIONARIO CAPÍTULO II

¿Qué es la interpretación jurídica?

a. Un proceso para crear nuevas leyes.

b. El proceso de entender y dar sentido a normas legales y documentos legales.

c. Un método de resolución de disputas legales.

d. La implementación de las leyes existentes.

¿Cuál de los siguientes enfoques se enfoca en el significado literal de las palabras utilizadas en un texto legal?

a. Interpretación Literal.

b. Interpretación Teleológica.

c. Interpretación Jurídica.

d. Interpretación Política.

¿Qué es el propósito principal de la interpretación teleológica?

a. Comprender el significado literal del texto.

b. Enfocarse en lo que dice el texto en sí.

c. Determinar la intención del legislador o las partes involucradas.

d. Aplicar las leyes de manera estricta.

¿Quiénes pueden llevar a cabo la interpretación jurídica?

a. Solo jueces.

b. Solo abogados.

c. Jueces, abogados, árbitros y otras partes involucradas en el sistema legal.

d. Únicamente el legislador.

¿Qué papel desempeñan los tribunales en la interpretación de las leyes en situaciones específicas?

a. Establecer precedentes.

b. Enmendar la Constitución.

c. Crear nuevas leyes.

d. Fiscalizar al gobierno.

¿Qué significa que la Constitución es la "ley suprema" de un país?

a. Que no se pueden hacer cambios en la Constitución.

b. Que ninguna otra ley o acto gubernamental puede entrar en conflicto con la Constitución.

c. Que la Constitución es solo una guía para las leyes posteriores.

d. Que las leyes comunes tienen prioridad sobre la Constitución.

¿Qué tipo de derechos son los derechos civiles y políticos?

a. Derechos que garantizan la igualdad económica.

b. Derechos que son inalienables e imprescriptibles.

c. Derechos que se otorgan únicamente a los ciudadanos.

d. Derechos relacionados con la seguridad social.

¿Cuál es la obligación principal del Estado en relación con los derechos económicos, sociales y culturales?

a. Garantizar que nunca se violen esos derechos.

b. Abstenerse de intervenir en asuntos económicos y sociales.

c. Crear las condiciones para satisfacer las necesidades económicas y sociales de la población.

d. Remover los obstáculos que impiden la satisfacción de los derechos políticos.

¿Qué principio establece que los derechos de una persona terminan donde comienzan los derechos de los demás?

a. Principio de Igualdad.

b. Principio de Soberanía.

c. Principio de No Discriminación.

d. Principio de Límites.

¿Cuál es la función de los principios constitucionales en una Constitución?

a. Establecer reglas específicas para casos judiciales.

b. Definir la estructura y organización del gobierno.

c. Limitar los derechos de los ciudadanos.

d. Proporcionar orientación fundamental para el sistema legal y político de un país.

03

Medidas de tendencia central

FrecuenciasFrecuencia Absoluta (fi)

Número de veces que aparece un determinado valor en un estudio estadístico (veces que se repite), se representa por fi. La suma de las "fi" es igual al número total de datos, que se representa por N. => $\Sigma fi = N$

Frecuencia Absoluta Acumulada (Fi)

En la primera clase es la misma frecuencia absoluta, a partir de la segunda se obtiene sumando la frecuencia absoluta de la primera clase con la de la segunda, este valor con la de la tercera, y así sucesivamente.

Frecuencia Relativa (hi)

Indica la proporción con que se repite un valor. Es el cociente entre la frecuencia absoluta de una determinada clase y el número total de datos. La suma de las frecuencias relativas es siempre 1. Se puede expresar en tantos por ciento y se representa por hi. => $hi = fi / N$

Frecuencia Relativa Acumulada (Hi)

En la primera clase es la misma frecuencia relativa, a partir de la segunda se obtiene sumando la frecuencia relativa de la primera clase con la de la segunda, este valor con la de la tercera, y así sucesivamente.

Límite de la clase: cada clase está delimitado por el límite inferior (Li) de la clase y el límite superior (Ls) de la misma.

Amplitud de la clase: diferencia entre el límite superior e inferior de la clase.

Marca de clase: es el punto medio de cada intervalo y es el valor que representa a todo el intervalo para el cálculo de algunos parámetros, se determina con las semisuma de los límites de clase, es decir: $\dot{X} = (Li + Ls)/2$.

Reglas para construir las distribuciones de Frecuencias por intervalos

i. Se ordenan los datos de menor a mayor

ii. Se determina N (total de datos)

iii. Se consigue el dato mayor y dato menor => Xmax y Xmin

iv. Se determina la cantidad de clases o intervalos

- Mediante la fórmula Sturges => $k \approx 1 + 3{,}322 \operatorname{Log}(N)$

v. Se calcula el intervalo total IT, AT, R (amplitud total, rango o recorrido)

- $IT = Xmax – Xmin$

Se efectúa la resta, y si el resultado no es división exacta entre el número de intervalo, se busca el número entero mayor, inmediato a la diferencia, que sea divisible por el número de intervalos conseguido en el paso anterior.

vi. Se determina el intervalo de clase o amplitud => $Ic = IT \div k$

vii. Se arma la tabla partiendo del valor más bajo Conformación de las columnas

a. Clases

b. Punto Medio de cada clase $(Li+Ls) \div 2$

c. Frecuencia Absoluta (fi)

d. Frecuencia absoluta acumulada (Fi)

e. Frecuencia relativa (hi) = $fi \div N$

f. Frecuencia relativa acumulada (Hi)

Nota:

Se forman los intervalos teniendo presente que el límite inferior de una clase pertenece al intervalo, pero el límite superior no pertenece, sino que se toma en cuenta en la siguiente clase. En la última clase sí se toma el límite superior.

Ejemplo ilustrativo:

Elaborar la tabla de frecuencia tomando en cuenta las edades comprendidas entre 1 y 40 años de 150 personas:

Suministran la serie de edades desordenadas (datos)

33 34 33 35 35 34 28
38 12 29

8 10 9 10 11 10 11
28 37 13

24 26 25 27 27 26 36
12 2 37

14 15 15 16 16 15 1
36 20 3

5 6 5 7 7 6 19
1 40 20

22 23 23 24 24 23 39
19 17 40

38 38 38 39 39 38 16
39 31 18

28 29 28 29 30 29 30
17 34 31

11 12 33 13 13 13 12
30 10 34

36 36 9 37 37 37 36
33 26 10

1 2 25 3 4 2 1
9 15 26

19 20 14 21 21 20 19
25 6 15

39 40 5 40 40 40 40
14 23 7

16 17 22 18 18 17 17
5 38 23

30 31 38 32 32 31 30
22 29 39

i. **Se ordenan los datos de menor a mayor**

1 1 1 1 2 2 2
3 3 4

5 5 5 5 6 6 6
7 7 7

8 9 9 9 10 10 10
10 10 11

11 11 12 12 12 12 13
13 13 13

14 14 14 15 15 15 15
15 16 16

16 16 17 17 17 17 17
18 18 18

19 19 19 19 20 20 20
20 21 21

22 22 22 23 23 23 23
23 24 24

24 25 25 25 26 26 26
26 27 27

28 28 28 28 29 29 29
29 29 30

30 30 30 30 31 31 31
31 32 32

33 33 33 33 34 34 34
34 35 35

36 36 36 36 36 37 37
37 37 37

38 38 38 38 38 38 38
39 39 39

39 39 39 40 40 40 40
40 40 40

ii. Se determina N (total de datos)

N = 150

iii. Se hallar el número de clases o intervalos de clases (K). K = 1 + 3.322(log. N) = 1 + 3,322 (log 150) = 8,2289 ≈ 8

iv. Se consigue el rango (R):

R = (Xmay – Xmen) = Xn – X1 = 40 - 1 = 39 ≈ 40

v. Se calcula el Intervalo o amplitud de la clase (Ic):

R 40

Ic = -------- = -------- = 5 K 8

vi. Se obtienes las frecuencias absolutas mediante la tabulación o conteo de los datos (homogenización de los datos)

X	Ẋ	fi	Fi=Σfi	hi= fi /N	Hi=Σhi
0 – 5	2,5	10	10	0,07	0,07
5 - 10	7,5	14	24	0,09	0,16
10 - 15	12,5	19	43	0,13	0,29
15 - 20	17,5	21	64	0,14	0,43
20 - 25	22,5	17	81	0,11	0,54
25-30	27,5	18	99	0,12	0,66
30-35	21,5	19	118	0,13	0,79
35-40	27,5	32	150	0,21	1
		N=150		1	

Ejercicios resueltos de frecuencia

1.- Durante el mes de julio, en una ciudad se han registrado las siguientes temperaturas máximas:

32, 31, 28, 29, 33, 32, 31, 30, 31, 31, 27, 28, 29, 30, 32, 31, 31, 30, 30, 29,

29, 30, 30, 31, 30, 31, 34, 33, 33, 29, 29.

Construir la tabla de frecuencias.

xi	fi	Fi	ni	Ni
27	1	1	0.032	0.032
28	2	3	0.065	0.097
29	6	9	0.194	0.290
30	7	16	0.226	0.516
31	8	24	0.258	0.774
32	3	27	0.097	0.871
33	3	30	0.097	0.968
34	1	31	0.032	1
	31		1	

2.- Las puntuaciones obtenidas por un grupo de en una prueba han sido:

15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19, 18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13.

Construir la tabla de distribución de frecuencias.

xi	Recuento	fi	Fi	ni	Ni
13	III	3	0.15	3	1
14	I	1	0.05	4	0.95
15					
	5	0.25	9	0.85	
16	IIII	4	0.20	13	0.80
18	III	3	0.15	16	0.65
19	I	1	0.05	17	0.45
20	II	2	0.10	19	0.20
22	I	1	0.05	20	0.15
		20			

3.- El número de estrellas de los hoteles de una ciudad viene dado por la siguiente serie:

3, 3, 4, 3, 4, 3, 1, 3, 4, 3, 3, 3, 2, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 2, 3,

2, 1, 1, 1, 2, 2, 4, 1.

Construir la tabla de distribución de frecuencias.

xi	Recuento	xi	Fi	ni	Ni
1					
	6	6	0.158	0.158	
2					
	12	18	0.316	0.474	
3					
	16	34	0.421	0.895	
4	IIII	4	38	0.105	1
		38		1	

4.- Las calificaciones de 50 alumnos en Matemáticas han sido las siguientes:

5, 2, 4, 9, 7, 4, 5, 6, 5, 7, 7, 5, 5, 2, 10, 5, 6, 5, 4, 5, 8, 8, 4, 0, 8, 4, 8, 6, 6, 3,

6, 7, 6, 6, 7, 6, 7, 3, 5, 6, 9, 6, 1, 4, 6, 3, 5, 5, 6, 7.

Construir la tabla de distribución de frecuencias.

xi	fi	Fi	ni	Ni
0	1	1	0.02	0.02
1	1	2	0.02	0.04
2	2	4	0.04	0.08
3	3	7	0.06	0.14
4	6	13	0.12	0.26
5	11	24	0.22	0.48
6	12	36	0.24	0.72
7	7	43	0.14	0.86
8	4	47	0.08	0.94
9	2	49	0.04	0.98
10	1	50	0.02	1.00
	50		1.00	

5.- Los 40 alumnos de una clase han obtenido las siguientes puntuaciones, sobre 50, en un examen de Física.

3, 15, 24, 28, 33, 35, 38, 42, 23, 38, 36, 34, 29, 25, 17, 7, 34, 36, 39, 44, 31,

26, 20, 11, 13, 22, 27, 47, 39, 37, 34, 32, 35, 28, 38, 41, 48, 15, 32, 13.

Construir la tabla de frecuencias.

	xi	fi	Fi	ni	Ni
[0, 5)	2.5	1	1	0.025	0.025
[5, 10)	7.5	1	2	0.025	0.050
[10, 15)	12.5	3	5	0.075	0.125
[15, 20)	17.5	3	8	0.075	0.200
[20, 25)	22.5	3	11	0.075	0.275
[25, 30)	27.5	6	17	0.150	0.425
[30, 35)	32.5	7	24	0.175	0.600
[35, 40)	37.5	10	34	0.250	0.850
[40, 45)	47.5	4	38	0.100	0.950
[45, 50)	47.5	2	40	0.050	1.000
		40		1	

6.- Los pesos de los 65 empleados de una fábrica vienen dados por la siguiente tabla:

Peso	fi
[50, 60)	8
[60, 70)	10
[70, 80)	16
[80,90)	14
[90, 100)	10

[100, 110)	5
[110, 120)	2

Construir la tabla de frecuencias.

	xi	fi	Fi	ni	Ni
[50, 60)	55	8	8	0.12	0.12
[60, 70)	65	10	18	0.15	0.27
[70, 80)	75	16	34	0.24	0.51
[80,90)85	14	48	0.22	0.73	
[90, 100)	95	10	58	0.15	0.88
[100, 110)	105	5	63	0.08	0.96
[110, 120)	115	2	65	0.03	0.99
	65				

7.- Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de cierto colegio. La información obtenida a parecer resumida en la siguiente tabla:

N° de caries	fi	ni
0	25	0.25
1	20	0.2
2	x	z
3	15	0.15
4	y	0.05

Completar la tabla obteniendo los valores x, y, z.

La suma de las frecuencias relativas ha de ser igual a 1:

0.25 + 0.2 + z + 0.15 + 0.05 = 1

0.65 + z = 1 => z = 1 – 0,65 => z = 0.35

La frecuencia relativa de un dato es igual su frecuencia absoluta dividida entre 100, que es la suma de las frecuencias absolutas.

N° de caries	fi	ni	fi · ni
0	25	0.25	0
1	20	0.2	20
2	35	0.35	70
3	15	0.15	45
4	5	0.05	20
			155

8.- Completar los datos que faltan en la siguiente tabla estadística:

xi	fi	Fi	ni
1	4		0.08
2	4		
3		16	0.16
4	7		0.14
5	5	28	
6		38	
7	7	45	
8			

4/N = 0,08 => N = 4/0,08 => N = 50

Primera fila: F1 = 4

Segunda fila: F2 = 4+4 = 8 n2 = 4/50 = 0,08

Tercera fila: f3 = n3*50 = 0,16*50 = 8

Cuarta fila: F4 = 16 + 7 = 23

Quinta fila: n5 = 5/50 = 0,1

Sexta fila: $f6 = F6–F5 = 38–28 = 10$ $n6 = 10/50 = 0,2$

Séptima fila: $n7 = 7/50 = 0,14$

Octava fila: $f8 = 50−45 = 5$ $n8 = 5/50 = 0,1$

xi	fi	Fi	ni	xi · fi
1	4	4	0.08	4
2	4	8	0.08	8
3	8	16	0.16	24
4	7	23	0.14	28
5	5	28	0.1	25
6	10	38	0.2	60
7	7	45	0.14	49
8	5	50	0.1	40
	50			238

Cuestionario Capítulo III

AUTOEVALUACIÓN

1-. Defina Frecuencia Absoluta 2-. Defina Frecuencia Relativa

3-. Defina Frecuencia Acumulada (fa)

4-. Defina Frecuencia Porcentual (f%)

5-. Defina Frecuencia Relativa Acumulada (fra)

6-. Defina Frecuencia Relativa Acumulada Porcentual (fra%)

7-. Determine las frecuencias en el cuadro siguientes:

10	8 10	5	8	9	8	1
6	7 8	8	9	4	8	10
6	5 9	3	8	10	5	4
8	10 6	6	7	3	7	4
8	10	7	8	5	9	38

04

Análisis de Datos

CAPITUO IV

MEDIA ARITMÉTICA PARA DATOS AGRUPADOS

Si los datos vienen agrupados en una tabla de frecuencias, la expresión de la media es:

Ejercicio de media aritmética

En un test realizado a un grupo de 42 personas se han obtenido las puntuaciones que muestra la tabla. Calcula la puntuación media.

xi	fi	xi · fi	
[10, 20)	15	1	15
[20, 30)	25	8	200
[30,40) 35	10	350	
[40, 50)	45	9	405
[50, 60 55	8	440	
[60,70) 65	4	260	
[70, 80)	75	2	150
	42	1 820	

Ejercicios resueltos de la media aritmética

1.- Considérense los siguientes datos: 3, 8, 4, 10, 6, 2. Se pide: a.-Calcular su media.

b.-Si los todos los datos anteriores los multiplicamos por 3, cúal será la nueva media.

2.- A un conjunto de 5 números cuya media es 7.31 se le añaden los números

4.47 y 10.15. ¿Cuál es la media del nuevo conjunto de números?

3.- Calcular la media de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

xi	61	64	67	70	73
fi	5	18	42	27	8

xi	fi	xi · fi
61	5	305
64	18	1152
67	42	2814
71	27	1890
73	8	584
	100	6745

4.- Hallar la media de la distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

	fi
[10, 15)	3
[15, 20)	5
[20, 25)	7
[25, 30)	4
[30, 35)	2

xi	fi	xi · fi	
[10, 15)	12.5	3	37.5
[15, 20)	17.5	5	87.5
[20, 25)	22.5	7	157.5
[25, 30)	27.5	4	110

[30, 35)	32.5	2	65
	21	457.5	

LA MEDIANA.-

La mediana, es el valor que divide una distribución de datos ordenados en dos partes iguales, es decir, el 50% de los datos se ubican sobre la mediana o hacia los puntajes altos y el 50% restante hacia los puntajes bajos. Es el valor que ocupa el lugar central de todos los datos cuando éstos están ordenados de menor a mayor.

La mediana se representa por Me.

La mediana se puede hallar sólo para variables cuantitativas.

Cálculo de la mediana

1. Ordenamos los datos de menor a mayor.

2. Si la serie tiene un número impar de medidas la mediana es la puntuación central de la misma.

2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6 Me = 5

3. Si la serie tiene un número par de puntuaciones la mediana es la media entre las dos puntuaciones centrales.

7, 8, 9, 10, 11, 12 Me = 9.5

Cálculo de la mediana para datos agrupados

La mediana se encuentra en el intervalo donde la frecuencia acumulada llega hasta la mitad de la suma de las frecuencias absolutas.

Es decir tenemos que buscar el intervalo en el que se encuentre N/2

Descripción:

Li es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana. es la semisuma de las frecuencias absolutas.

Fi-1 es la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana.

ai es la amplitud de la clase.

La mediana es independiente de las amplitudes de los intervalos.

Ejemplo:

Calcular la mediana de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

	fi	Fi
[60, 63)	5	5
[63, 66)	18	23
[66, 69)	42	65
[69, 72)	27	92
[72, 75)	8	100
	100	

100/2 = 50

Clase de la mediana: [66, 69)

Ejercicios resueltos de la mediana

o Hallar la mediana de las siguientes series de números:

a.- 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8. => 2, 2, 3, 5, 5, 5, 6, 8, 9. => Me = 5

b.-3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6. => 2, 2, 3, 5, 5, 5, 6, 6, 8, 9. =>

c.- 10, 13, 4, 7, 8, 11 10, 16, 18, 12, 3, 6, 9, 9, 4, 13, 20, 7, 5, 10, 17, 10,

16, 14, 8, 18

3, 4, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 11, 12, 13, 13, 14, 16, 16, 17,

18, 18, 20

o Tabular y calcular mediana de la siguiente serie de números: 5, 3, 6, 5, 4, 5,

2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4.

xi	fi	Fi
2	2	2
3	2	4
4	5	9
5	6	15
6	2	17
8	3	20
	20	

20/2 = 10 Me = 5

o Hallar la mediana de la distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

MODA

La moda de un conjunto de datos es el valor que aparece con mayor frecuencia.

Se representa por Mo.

Se puede hallar la moda para variables cualitativas y cuantitativas.

Para un conjunto de datos unimodales existe la siguiente relación empírica:

Media aritmética – moda = 3 (media aritmética – mediana)

Hallar la moda de la distribución:

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 Mo = 4

Si en un grupo hay dos o varias puntuaciones con la misma frecuencia y esa frecuencia es la máxima, la distribución es bimodal o multimodal, es decir, tiene varias modas.

1, 1, 1, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 9 Mo= 1, 5, 9

Cuando todas las puntuaciones de un grupo tienen la misma frecuencia, no hay moda.

2, 2, 3, 3, 6, 6, 9, 9

Si dos puntuaciones adyacentes tienen la frecuencia máxima, la moda es el promedio de las dos puntuaciones adyacentes.

0, 1, 3, 3, 5, 5, 7, 8 Mo = 4

Cálculo de la moda para datos agrupados Todos los intervalos tienen la misma amplitud.

Descripción:

Li es el límite inferior de la clase modal.

fi es la frecuencia absoluta de la clase modal.

fi--1 es la frecuencia absoluta inmediatamente inferior a la clase modal.

fi-+1 es la frecuencia absoluta inmediatamente posterior a la clase modal.

ai es la amplitud de la clase.

También se utiliza otra fórmula de la moda que da un valor aproximado de ésta:

Ejemplo:

Calcular la moda de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

	fi
[60, 63)	5
[63, 66)	18
[66, 69)	42
[69, 72)	27

[72, 75)	8
	100

Los intervalos tienen amplitudes distintas.

En primer lugar tenemos que hallar las alturas.

La clase modal es la que tiene mayor altura.

La fórmula de la moda aproximada cuando existen distintas amplitudes es:

Ejemplo:

En la siguiente tabla se muestra las calificaciones (suspenso, aprobado, notable y sobresaliente) obtenidas por un grupo de 50 alumnos. Calcular la moda.

	fi	hi
[0, 5)	15	3
[5, 7)	20	10
[7, 9)	12	6
[9, 10)	3	3
	50	

Ejercicios resueltos de la moda

o Calcular la moda de la siguiente serie de números: 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5,

4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4. => Mo = 5

o Un pediatra obtuvo la siguiente tabla sobre los meses de edad de 50 niños de su consulta en el momento de andar por primera vez:

Meses	9	10	11	12	13	14	15
Niños	1	4	9	16	11	8	1

Al calcular la moda nos queda Mo = 12

o Calcular la moda de una distribución estadística que viene dada por la siguiente tabla:

	fi
[60, 63)	5
[63, 66)	18
[66, 69)	42
[69, 72)	27
[72, 75)	8
	100

o Calcular la moda de una distribución estadística viene dada por la siguiente tabla:

	fi
[10, 15)	3
[15, 20)	5
[20, 25)	7
[25, 30)	4
[30, 35)	2

o Calcular la moda de la distribución estadística:

	fi
[0, 5)	3
[5, 10)	5

[10, 15)	7
[15, 20)	8
[20, 25)	2
[25, ∞)	6

El histograma de la distribución correspondiente al peso de 100 alumnos de Bachillerato es el siguiente:

Al calcular la moda nos da =>

En la siguiente tabla se muestra las calificaciones (suspenso, aprobado, notable y sobresaliente) obtenidas por un grupo de 50 alumnos. Calcular la moda.

	f_i	h_i
[0, 5)	15	3
[5, 7)	20	10
[7, 9)	12	6
[9, 10)	3	3
	50	

MEDIDAS DE POSICIÓN

Las medidas de posición dividen un conjunto de datos en grupos con el mismo número de individuos.

Para calcular las medidas de posición es necesario que los datos estén ordenados de menor a mayor.

Las medidas de posición son: Cuartiles, Deciles, Percentiles

Para calcular las medidas de posición es necesario que los datos estén ordenados de menor a mayor.

CUARTILES.-

Son cada uno de los 3 valores Q1, Q2, Q3 que dividen a la distribución de los datos en 4 partes iguales.

Los cuartiles son un caso particular de los percentiles. Hay 3 cuartiles: Primer cuartil: Q1 = P25

Segundo cuartil: Q2 = D5 = P50 = Mediana
Tercer cuartil:Q3 = P75

Q2 coincide con la mediana.

Cálculo de los cuartiles

1. Ordenamos los datos de menor a mayor.

2. Buscamos el lugar que ocupa cada cuartil mediante la expresión.

Número impar de datos 2, 5, 3, 6, 7, 4, 9

Número par de datos 2, 5, 3, 4, 6, 7, 1, 9

Cálculo de los cuartiles para datos agrupados

En primer lugar buscamos la clase donde se encuentra , en la tabla de las frecuencias acumuladas.

Li es el límite inferior de la clase donde se encuentra el cuartil.

N es la suma de las frecuencias absolutas.

Fi-1 es la frecuencia acumulada anterior a la clase del cuartil.

ai es la amplitud de la clase.

Ejercicio de cuartiles

Calcular los cuartiles de la distribución de la tabla:

	f_i	F_i
[50, 60)	8	8
[60, 70)	10	18
[70, 80)	16	34

[80, 90)	14	48
[90, 100)	10	58
[100, 110)	5	63
[110, 120)	2	65
	65	

Cálculo del primer cuartil

Cálculo del segundo cuartil

Cálculo del tercer cuartil

DECILES

Son cada uno de los 9 valores D1, D2, D3, D4, D5, D6, D7, D8, D9 que dividen a la distribución de los datos en 10 partes iguales.

Los deciles dan los valores correspondientes al 10%, al 20%... y al 90% de los datos.

Primer decil es igual al décimo percentil (D1 = P10)

Segundo decil es igual al veinteavo percentil (D2 = P20), y así sucesivamente.

D5 coincide con la mediana.

Cálculo de los deciles

En primer lugar buscamos la clase donde se encuentra, en la tabla de las frecuencias acumuladas.

Li es el límite inferior de la clase donde se encuentra el decil.

N es la suma de las frecuencias absolutas.

Fi-1 es la frecuencia acumulada anterior a la clase el decil.

ai es la amplitud de la clase.

Ejercicio de deciles

Calcular los deciles de la distribución de la tabla:

	fi	Fi
[50, 60)	8	8
[60, 70)	10	18
[70, 80)	16	34
[80, 90)	14	48
[90, 100)	10	58
[100, 110)	5	63
[110, 120)	2	65
	65	

Cálculo del primer decil

Cálculo del segundo decil

Cálculo del tercer decil

Cálculo del cuarto decil

Cálculo del quinto decil

Cálculo del sexto decil

Cálculo del séptimo decil

Cálculo del octavo decil

Cálculo del noveno decil

PERCENTILES O CENTILES

Son cada uno de los 99 valores P1, P2, P3,P99 que dividen a la distribución

de los datos en 100 partes iguales.

Los percentiles dan los valores correspondientes al 1%, al 2% y al 99% de los

datos.

P50 coincide con la mediana. P50 coincide con D5.

Cálculo de los percentiles

En primer lugar buscamos la clase donde se encuentra, en la tabla de las frecuencias acumuladas.

Li es el límite inferior de la clase donde se encuentra el percentil.

N es la suma de las frecuencias absolutas.

Fi-1 es la frecuencia acumulada anterior a la clase del percentil.

ai es la amplitud de la clase.

Ejercicio de percentiles

Calcular el percentil 35 y 60 de la distribución de la tabla:

	fi	Fi
[50, 60)	8	8
[60, 70)	10	18
[70, 80)	16	34
[80, 90)	14	48
[90, 100)	10	58
[100, 110)	5	63
[110, 120)	2	65

65

- Percentil 35
- Percentil 60

MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Las medidas de dispersión nos informan sobre cuanto se alejan del centro los valores de la distribución.

Las medidas de dispersión son:

Rango o recorrido

El rango es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos de una distribución estadística.

Desviación media

La desviación media es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones respecto a la media.

Varianza

La varianza es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media.

Desviación típica

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza.

RANGO, AMPLITUD TOTAL O RECORRIDO

Dada una serie de valores x1, x2,... xn, su recorrido es la diferencia aritmética entre el máximo y el mínimo de estos valores.

Re = Xmáx – Xmín

Es la medida de dispersión más sencilla y también, por tanto, la que proporciona menos información. Además, esta información puede ser errónea, pues el hecho de que no influyan más de dos valores del total de la serie puede provocar una deformación de la realidad

DESVIACIÓN MEDIA

- Desviación respecto a la media

La desviación respecto a la media es la diferencia en valor absoluto entre cada valor de la variable estadística y la media aritmética. Di = |x - x|

Desviación media

La desviación media es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones respecto a la media.

La desviación media se representa por

Ejemplo:

Calcular la desviación media de la distribución: 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

Desviación media para datos agrupados

Si los datos vienen agrupados en una tabla de frecuencias, la expresión de la desviación media es:

Ejemplo:

Calcular la desviación media de la distribución:

	xi	fi	xi · fi	$\lvert x - x \rvert$	$\lvert x - x \rvert$ · fi
[10, 15)	12.5	3	37.5	9.286	27.858
[15, 20)	17.5	5	87.5	4.286	21.43
[20, 25)	22.5	7	157.5	0.714	4.998
[25, 30)	27.5	4	110	5.714	22.856
[30, 35)	32.5	2	65	10.714	21.428
		21	457.5		98.57

VARIANZA

La varianza es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media de una distribución estadística.

La varianza se representa por .

Varianza para datos agrupados

Para simplificar el cálculo de la varianza vamos o utilizar las siguientes expresiones que son equivalentes a las anteriores.

Ejercicios de varianza

Ejercicio 1:

Calcular la varianza de la distribución: 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

Ejercicio 2:

Calcular la varianza de la distribución de la tabla:

	xi	fi	xi · fi	2 xi · fi
[10, 20)	15	1	15	225
[20, 30)	25	8	200	5000
[30,40)	35	10	350	12 250
[40, 50)	45	9	405	18 225
[50, 60	55	8	440	24 200
[60,70)	65	4	260	16 900
[70, 80)	75	2	150	11 250
		42	1 820	88 050

DESVIACIÓN TÍPICA

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza.

Es decir, la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las puntuaciones de desviación.

La desviación típica se representa por σ.

Desviación típica para datos agrupados

Para simplificar el cálculo vamos o utilizar las siguientes expresiones que son equivalentes a las anteriores.

Ejercicios de desviación típica

Ejercicio 1:

Calcular la desviación típica de la distribución: 9, 3, 8, 8, 9, 8, 9, 18

Ejercicio 2:

Calcular la desviación típica de la distribución de la tabla:

	xi	fi	xi · fi	2
xi · fi				
[10, 20)	15	1	15	225
[20, 30)	25	8	200	5000
[30,40)	35	10	350	12 250
[40, 50)	45	9	405	18 225
[50, 60)	55	8	440	24 200
[60,70)	65	4	260	16 900
[70, 80)	75	2	150	11 250
		42	1 820	88 050

Bibliografía

Albaladejo, C. M., Gómez, A. N., y Santiago, A. V. C. J. A. (2016). El Instituto Español de Entomología (CSIC) y la multitud molesta. *68*(1), p125-p125.

Argüello-Chávez, H. J. L. C. (2018). Orígenes de la entomología en Nicaragua y sus influencias, período 1835-1930. *18*(30), 56-60.

Atencio-Valdespino, R., y Collantes-González, R. J. A. M. (2023). Enfoque aplicado de la entomología durante los últimos cuarenta años en Panamá. 50756-50756.

Bueso, G. J. P. E. L. r. p. d. s. v. (2018). Elisa Viñuela, catedrática de Entomologia Agrícola de la UPM.:"Es importante que estemos concienciados del gran papel que juega la fauna útil en la agricultura". (302), 16-19.

Cruz-Miralles, J., Cabedo-López, M., Pérez-Hedo, M., Flors, V., y Jaques, J. A. J. P. m. s. (2019). Zoophytophagous mites can trigger plant-genotype specific defensive responses affecting potential prey beyond predation: the case of Euseius stipulatus and Tetranychus urticae in citrus. *75*(7), 1962-1970.

Diaz, B. M., Maza, N., Castresana, J. E., y Martínez, M. A. (2020). Los sírfidos como agentes de control biológico y polinización en horticultura.

Ferrer Wurs, F. J. R. d. C. A. (2021). Control biológico de plagas agrícolas en Venezuela: los logros históricos de la empresa Servicio Biológico (SERVBIO). *55*(1), 327-344.

Hernández-Tenorio, F., y Orozco-Sánchez, F. J. R. d. I. F. d. C. (2020). Nanoformulaciones de Bioinsecticidas Botánicos Para El Control de Plagas Agricolas. 9(1), 72-91.

Hernández-Trejo, A., Estrada Drouaillet, B., Rodríguez-Herrera, R., García Giron, J. M., Patiño-Arellano, S. A., y Osorio-Hernández, E. J. R. m. d. c. a. (2019). Importancia del control biológico de plagas en maíz (Zea mays L.). *10*(4), 803-813.

Ispizua, P. (2018). *Control biológico de plagas de la agricultura* Universidad del Salvdor].

Jiménez Martínez, E. (2009). Entomología. In: Universidad Nacional Agraria.

Jiménez Martínez, E., y Rodríguez Flores, O. (2014). Insectos: Plagas de cultivos en Nicaragua. In: Universidad Nacional Agraria.

Mago, M. J. R. d. l. F. d. A. (2022). Insectos plagas más importantes que afectan rubros agrícolas en Venezuela. 51-51.

Mejia, C., y Mesa, N. (2016). *Entomología económica y manejo de plagas*. Universidad Nacional de Colombia.

Müller, V. T. V., Júnior, G. J. S., y Aguiar, G. A. (2020). O ensino de Entomologia agrícola através da utilização de coleções entomológicas. 4° Salão de Pesquisa, Extensão e Ensino do IFRS,

Ortega, J. G., Guamán, M. M., Piguave, C. C., Villao, F. A., Morán, J. M., Tumbaco, M. V., . . . Campana, W. N. Entomología aplicada para Agropecuarios.

Pascal, E., Chirinos, A., Vásquez, H., y San Blas, E. J. M. A. d. l. I. J. C. d. D. d. C. N. (2016). Agroecología y manejo de insectos plaga. *21*(22), 60-64.

Polack, L. A., Lecuona, R. E., y López, S. N. J. E. a. d. l. ú. t. d. E. I. C. d. B. A., Buenos Aires, Argentina. (2020). Control biológico de plagas en horticultura.

PROGRAMA, D., y DE COMPETENCIAS, E. E. E. J. F. (2018). Departamento de Parasitología Agrícola. *5*, 1.

Sánchez, D. M. S., Rodríguez, D. R. A., y Montiel, L. G. H. J. R. R. C.-E. d. l. p. d. G. (2019). Análisis fitoquímico y actividad insecticida in vitro de extracto acuoso de Agdestis Clematidea en el manejo de Myzus Persicae (Original). *15*(1), 28-38.

T Chirinos, D., Castro, R., Cun, J., Castro, J., Peñarrieta Bravo, S., Solis, L., y Geraud-Pouey, F. J. C. y. T. A. (2020). Los insecticidas y el control de plagas agrícolas: la magnitud de su uso en cultivos de algunas provincias de Ecuador. *21*(1), 84-99.

Valarezo, O., Canarte, E., y Navarete, B. (2019). *Plagas de los cítricos y su control biológico*. INIAP Archivo Historico.

Valdéz, A., Delgado, E., y Ramírez, J. J. M. (2018). Actividad adulticida y composición química del aceite esencial de hojas de Lantana camara sobre Drosophila melanogaster. 9(1), 21-30.

Villarreal-Delgado, M. F., Villa-Rodríguez, E. D., Cira-Chávez, L. A., Estrada-Alvarado, M. I., Parra-Cota, F. I., y Santos-Villalobos, S. d. l. J. R. m. d. f. (2018). El género Bacillus como agente de control biológico y sus implicaciones en la bioseguridad agrícola. *36*(1), 95-130.

Zelaya-Molina, L. X., Chávez-Díaz, I. F., de los Santos-Villalobos, S., Cruz-Cárdenas, C. I., Ruíz-Ramírez, S., y Rojas-Anaya, E. J. R. m. d. c. a. (2022). Control biológico de plagas en la agricultura mexicana. *13*(SPE27), 69-79.

Zepeda-Jazo, I. J. A., sociedad y desarrollo. (2018). Manejo sustentable de plagas agrícolas en México. *15*(1), 99-108.

Zumbado-Arrieta, M., y Azofeifa-Jiménez, D. (2018). Insectos de importancia agrícola. In: Programa Nacional de Agricultura Orgánica (PNAO).

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO

1994

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO

ISBN: 978-9942-686-53-4

9 789942 686534

Educación gratuita y de calidad