INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO PELILEO

MATEMÁTICA FINANCIERA

MATEMÁTICA FINANCIERA

Directorio editorial institucional

Dr. Rodrigo Mena Mg. *Rector*
Mg. Sandra Cando *Coordinadora Institucional*
Mg. Oscar Toapanta *Coordinador de I+D+i*
Ing. Johanna Iza *Líder de Publicaciones*

Diseño y diagramación
Mg. Belén Chávez
Mg. Santiago Mayorga

Revisión técnica de pares académicos
Mg. Darwin Sánchez
IST PELILEO
Correo: dfsanchez@institutos.gob.es
Mg. Alexandra Guerrero
IST PELILEO
Correo: naguerrero@institutos.gob.ec

ISBN: 978-9942-686-83-1
DOI: https://doi.org/10.59602/re.119

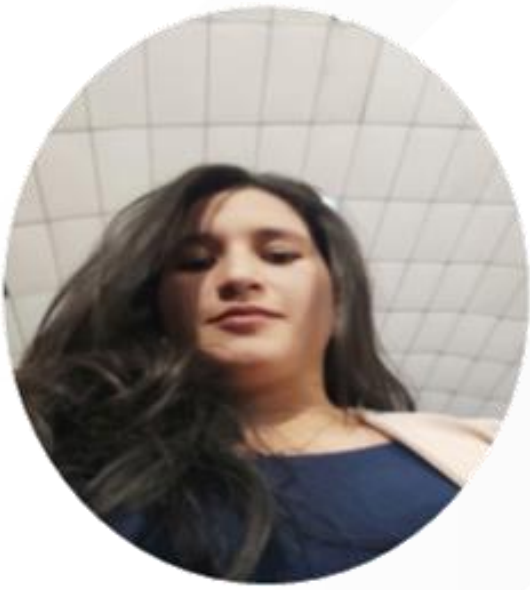
Primera edición
Agosto 2024
https://istp.edu.ec

AUTORES

Ing. Fernando Sánchez, Mg.

DOCENTE

Luis Fernando Sánchez profesional en el área de Contabilidad, en el proceso de estudio en la Universidad Técnica de Ambato en su maestría en Contabilidad Mención Costos vino desarrollando investigaciones por parte de su educación realizando artículos "Los costos del contrato juvenil en las empresas industriales del Ecuador". En la actualidad docente Instituto Superior Tecnológico Pelileo, es mérito también destacar que trabajado en la Sector Industrial como FAIRIS C.A. como Jefe de Talento Humano y el sector cuero como Auxiliar de Contabilidad.



Ing. Graciela Hidalgo, Mg.

DOCENTE

Graciela Hidalgo, es una mujer docente y emprendedora, Magíster en Contabilidad mención Costos de la Universidad Técnica de Ambato. Ingeniera en Contabilidad y Auditoría por la Universidad Técnica de Ambato (Ecuador). Dedicada a la investigación sobre la moda sostenible como una estrategia de negocio. Actualmente es docente-investigadora en el Instituto Superior Tecnológico Pelileo. Ha emprendido su propia empresa de producción textil ASOTEXEL llevando su administración, gracias a su liderazgo es representante legal de JAAPS Huambaló, en calidad de contador y experta en cotos con su firma de responsabilidad lleva la contabilidad de varias empresas locales.

PRÓLOGO

En el ámbito financiero actual, caracterizado por una creciente complejidad y la toma de decisiones estratégicas, el dominio de las matemáticas financieras se ha convertido en una habilidad esencial tanto para estudiantes como para profesionales. Conscientes de esta realidad, presentamos una herramienta que no solo introduce los conceptos fundamentales, sino que también permite al lector aplicarlos de manera práctica en el análisis de proyectos de inversión.

La importancia el valor del dinero en el tiempo, el cálculo de intereses simples y compuestos, las anualidades y la amortización de deudas, temas que forman la base de la matemática financiera moderna.

Se presentan tablas y esquemas de amortización de préstamos, que ilustran los métodos de amortización, los mismos que se exponen los más manejados como es:

- Francés
- Alemán
- Americano
- Sumatoria de dígitos

Las tablas de devolución de deuda son tablas que nos muestran un despliegue completo de los pagos que se tienen que hacer hasta la eliminación de la deuda.

Su utilidad radica en que estos esquemas son una herramienta clave para verificar los resultados obtenidos de manera analítica.

INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO PELILEO

TOMO 1:

Matemática Financiera

Ing. Fernando Sánchez Mg.

CONTENIDOS

CONTENIDOS

01

DEFINICIONES

BÁSICAS EN MATEMÁTICA FINANCIERA

1.1. Importancia de las matemáticas financieras y definición.

Definiciones básicas en matemática financiera.

Para tomar decisiones acertadas al invertir dinero en inversiones o proyectos, es fundamental la matemática financiera. El lector debe definir y explicar los conceptos fundamentales relacionados con los proyectos y las inversiones que se pueden realizar tanto en el mundo empresarial como en la vida diaria, por lo tanto. También es fundamental comprender la relevancia del concepto de valor del dinero en el tiempo en las matemáticas financieras, así como los principios de equivalencia y perspectiva económica. Para ajustar los flujos de caja en el presente o en el futuro, se utilizan estos principios en el diagrama económico.

Importancia de las matemáticas financieras

La importancia de las técnicas y modelos de matemáticas financieras para la toma de decisiones radica en que tanto las personas como las organizaciones deben considerar de manera técnica los factores económicos y no económicos, así como los elementos tangibles e intangibles relacionados con cada decisión sobre cómo invertir el dinero en las múltiples opciones disponibles.

Definiciones de matemática financiera

Analiza el conjunto de conceptos y técnicas cuantitativas que son útiles para la evaluación y comparación económica de diversas alternativas disponibles para un inversionista o una organización. Estos conceptos y técnicas se aplican comúnmente en proyectos o inversiones relacionados con sistemas, productos, servicios, recursos, equipos, entre otros, con el fin de tomar decisiones que permitan elegir las opciones más favorables.

En esencia, se trata de un conjunto de ideas y métodos de análisis que facilitan la comparación y evaluación de alternativas económicas.

Inversiones

Para lograr los objetivos de una organización, las inversiones implican la distribución de recursos a varios departamentos.

Evaluar minuciosamente estas inversiones es fundamental para determinar si son viables y pertinentes para los planes estratégicos de la empresa. Los resultados comerciales y la estrategia general de la empresa pueden verse afectados negativamente por decisiones de inversión incorrectas. Se pueden clasificar las inversiones según una variedad de criterios y puntos de vista.

Toma de decisiones

La toma de decisiones es un paso esencial en el proceso de planificación y consiste en elegir un curso de acción entre una variedad de opciones disponibles dentro de una organización. Como cada problema o circunstancia requiere una solución a través de decisiones, esta actividad es parte del funcionamiento diario de la organización. Se recomienda, por tanto, establecer un sistema de resolución de problemas.

1.1.1. Valor del dinero en el tiempo e Interés.

El dinero tiene un valor intrínseco, al igual que cualquier otro bien; es decir, no se puede utilizar sin pagar. El valor del dinero se ve afectado con el tiempo por la inflación y la devaluación. La idea de que el dinero tiene valor genera el interés. Según la teoría del valor del dinero en el tiempo, sumas de 21 monedas iguales no tendrán el mismo valor si se ubican en diferentes momentos, siempre y cuando la tasa de interés que las afecte sea superior a cero.

1.2. Introducción y definición del interés.

El interés, representado por el símbolo I, es el rendimiento que se obtiene al invertir dinero de manera productiva; también se conoce como renta o el costo que se paga por usar dinero prestado. Por ejemplo, se paga un alquiler cuando se alquila una habitación o una bodega que no es nuestra propiedad. Se paga una renta por su uso, conocida como interés, al solicitar dinero prestado. Hay dos puntos de vista distintos sobre el interés:

- Como costo de capital: el interés que se paga por usar el dinero prestado.
- Como tasa de retorno o rentabilidad: cuando se refiere al interés que se obtiene de una inversión.

El interés generalmente se calcula dividiendo el monto invertido o prestado (P) entre el monto total acumulado o pagado.

Fórmula: I = F – P

También: I= Pin

Según la fórmula anterior, el capital inicial (P/C), la tasa de interés (i/r) y el tiempo (n/t) son las tres variables que determinan el interés. Los intereses serán más altos si alguno de los tres es más alto.

Ejemplo:

Se deposita $1.000.000 en una institución bancaria y, después de 10 meses, se acumula $1.150.000. Calcular el valor de los intereses generados es necesario.

I= F-P= 1.150.000 - 1.00.000 = $ 150.000

Tasa de interés

En las matemáticas financieras, el porcentaje se refiere a la proporción que se determina en relación a cada cien unidades. Un número sobre 100 (porciento, que significa "de cada 100") se expresa con el símbolo %.

Es el valor que se establece en la unidad de tiempo para cada cien unidades monetarias ($100) que se invierten o se toman como préstamo. El 25% anual, el 15% semestral, el 9% trimestral y el 3% mensual.

La acogida mercantil, las necesidades, la inflación, las políticas gubernamentales y otros factores pueden afectar la tasa de interés. Es un indicador crucial de la economía de una nación porque agrega valor al dinero con el tiempo.

La tasa de interés se puede expresar matemáticamente como la relación entre lo que se recibe de interés (I) y la cantidad invertida o prestada de la ecuación:

Fórmula: $i = \frac{I}{P}$

Siempre se presenta la tasa de interés en forma porcentual, como el 3% mensual, el 15% semestral y el 25% anual. Sin embargo, cuando se utiliza en ecuaciones matemáticas, se debe convertir en números decimales, como 0,03, 0,15 y 0,25.

Las tasas de interés generalmente se expresan en años. Sin embargo, las tasas de interés también se expresan en unidades de tiempo que no son más de un año. Si no se indica la unidad de tiempo, se supone que la tasa de interés es anual.

Ejemplo:

Una cooperativa de ahorro y crédito le presta a una persona $ 2.000.000 y luego paga $ 2.050.000 después de un mes. Calcule la tasa de interés y el valor de los intereses pagados.

Datos:

P: $ 2.000.000

I: ($ 2.050.000 - $ 2.000.000) $ 50.000

i: ?

Fórmula: $i = \frac{I}{P}$

$$i = \frac{\$\,50.000}{\$\,2.000.000}$$

$$i = 0{,}025$$

Equivalencia

En la mayoría de los problemas financieros, lo que se busca es la equivalencia financiera o el equilibrio de ingresos y gastos cuando se dan en diferentes períodos de tiempo. Por lo tanto, el concepto de equivalencia juega un papel importante en las matemáticas financieras. El desafío principal radica en comparar de manera efectiva y significativa diferentes opciones de inversión, que tienen diferentes recursos económicos distribuidos en diferentes momentos, y es esencial reducirlas a una misma ubicación en el tiempo. Para lograrlo, es necesario emplear correctamente la idea de equivalencia, que surge del valor del dinero en el tiempo.

1.2.1. Definición de monto o valor futuro.

Es el valor del dinero en el futuro, que es el capital más los intereses generados. También se le puede llamar valor acumulado o capital futuro.

Así también, es el producto de sumar el capital y los intereses.

1.2.2. Definición valor presente o actual.

El capital es una cantidad o cantidad de dinero que se encontró en una fecha o punto de inicio de una operación financiera. También se le puede llamar valor actual, valor presente o valor actual y es el valor del dinero en este momento.

La denominación que se da al capital inicial de una inversión, ahorro o depósito bancario es Valor Actual. Y el valor inicial de una deuda, préstamo, financiamiento o compra a crédito se denomina valor presente. El valor presente es la cantidad o dinero que se debe invertir para obtener un importe determinado en un momento determinado con una tasa de interés específica.

1.2.3. Definición tiempo real y tiempo aproximado.

El número de unidades de tiempo que transcurren entre la fecha inicial y la fecha final de una operación financiera se conoce como tiempo. También se conoce como plazo.

Para facilitar los cálculos de tiempo, se suele suponer que el año tiene 360 días, divididos en 12 meses de 30 días cada uno. Esto se conoce como cálculo aproximado del tiempo.

En forma precisa: Se utiliza el número de días del calendario, es decir, meses de 30 y 31 días, o un año de 365 o 366 días, según corresponda. Tomando el ejemplo anterior y tomando una de las dos fechas extremas, resultan 92 días.

Tiempo real y tiempo aproximado: El tiempo real es el período de tiempo exacto entre la fecha actual y una fecha futura determinada. El tiempo aproximado es una estimación o aproximación del tiempo real, a menudo utilizado en cálculos financieros para simplificar el análisis.

1.2.4. Ecuaciones de valor.

Son ecuaciones utilizadas en matemáticas financieras para calcular el valor presente, valor futuro, tasa de interés, número de períodos, entre otros. Estas ecuaciones son fundamentales para resolver problemas financieros y tomar decisiones informadas sobre inversiones, préstamos, hipotecas, etc.

PRÁCTICA 1.

Tema: Definiciones básicas en matemática financiera

Resultado de aprendizaje:

Comprender y aplicar los conceptos fundamentales de la matemática financiera, tales como el valor del dinero en el tiempo, el interés simple y compuesto, el valor presente y futuro, y las ecuaciones de valor. Además, podrá emplear estos conceptos para realizar cálculos financieros básicos que le permitan analizar y tomar decisiones en situaciones financieras reales.

Objetivo:

Introducir al estudiante en los principios esenciales de la matemática financiera, proporcionando una base teórica sólida sobre los conceptos de interés, valor del dinero en el tiempo y su relevancia en la toma de decisiones financieras. El objetivo es que los estudiantes adquieran las habilidades necesarias para resolver problemas financieros comunes y puedan aplicar estos conocimientos en contextos prácticos, como la evaluación de inversiones y la gestión de recursos económicos.

INSUMOS:

¿Cuál es la importancia de las matemáticas financieras y cómo se definen?

....

....

¿Qué significa el valor del dinero en el tiempo y qué relación tiene con el interés?

....

....

Define monto o valor futuro en el contexto de las finanzas.

....

....

Explica qué es el valor presente o actual y su importancia en matemática financiera.

....
....
....

¿Cuál es la diferencia entre tiempo real y tiempo aproximado en matemática financiera?

....
....
....

¿Qué son las ecuaciones de valor y para qué se utilizan en matemática financiera?

....
....
....

Introducción matemática financiera

02

INTERÉS

SIMPLE Y COMPUESTO

2.1. Introducción y definición del interés simple

Figura 1. *Interés simple y compuesto.*
Elaboración
https://www.shutterstock.com/es/image-vector/abstract-tree-black-letters-numbers-isolated-84650017

Se distinguen dos categorías de interés: el simple y el compuesto, desde una perspectiva teórica. Sin embargo, en el mundo real, el interés compuesto es el más empleado en actividades financieras, comerciales y económicas. Debido a que los intereses no se capitalizan, su base de cálculo permanece constante a lo largo del tiempo, a diferencia del interés compuesto, el interés simple suele ser menor que el compuesto. Los prestamistas particulares y de prendas utilizan el interés simple en el sistema financiero informal. Los conceptos fundamentales del interés simple se abordarán en este capítulo.

Figura 2. *Liquidez y rentabilidad.*
Elaboración https://www.gerencie.com/interes-simple.html

Definición del interés simple
Al final de cada período se realiza el pago, lo que significa que el capital prestado o invertido permanece sin cambios y que la cantidad de interés obtenida permanece constante, sin que se produzca capitalización de intereses.

El poder adquisitivo se pierde con el tiempo si no se capitalizan los intereses; como resultado, la suma final no será igual al monto inicial. Por lo tanto, el valor acumulado no representará de manera precisa el capital inicial o principal.

El capital (P/C), la tasa de interés (i/r) y el tiempo (n/t) son proporcionales al interés simple. El monto de la deuda o inversión y la duración de la inversión o préstamo determinan el interés que se pagará.

La siguiente fórmula se puede utilizar para calcular el interés simple:

Fórmula: I = P*i*n

De la expresión se puede inferir que el tipo de interés está influenciado por tres componentes fundamentales: el capital inicial (P), la tasa de interés (i) y el tiempo (n).

Se deben considerar dos componentes fundamentales en la fórmula:

a) La tasa de interés debe expresarse en tanto por uno y/o en forma decimal, sin el uso del símbolo de porcentaje.
b) La tasa de interés y el tiempo deben usarse como unidades de tiempo. La tasa de interés, o el plazo, debe convertirse para que su unidad de tiempo coincida con la del otro si su unidad de tiempo no coincide con la del plazo. Por ejemplo, si el tiempo de un problema particular se expresa en trimestres, la tasa de interés debe usarse trimestralmente.

Ejemplo:

Si se depositan $ 5.000 en una cuenta de ahorros y la corporación paga el 3 % mensual, ¿Cuál es el pago mensual por interés?
Datos:
P/C: $ 5.000
i: 3 % mensual 3/100= 0.03
t: 1 mes
I: mensual?
Formula:
I = P*i*n
I = 5000*0.03*1
I = $150

Clases de interés simple

Cuando se calcula un interés de 360 días al año, se llama ordinario, pero si se usa 365 o 366 días, será exacto. En realidad, existen cuatro clases de interés simple, dependiendo de si se utilizan 30 días al mes o los días marcados por el calendario para el cálculo. El siguiente ejemplo clarifica lo anterior.

Ejemplo:

Una persona recibe un préstamo de $ 200.000 con una tasa de interés del 20% anual simple en marzo. Calcule el interés (I) para cada clase de interés simple.
Datos:
P/C: $ 200.000

Recuerde que la tasa de interés se considera una tasa de interés anual si no se especifica la unidad de tiempo.

i: 20% anual 3/100= 0.20
t: 1 mes => 1/12 =0,08
I: mensual?

Resolución
Formula:
I = C*i*n
I = $ 200.000*0.20*0.08
I = $ 3.200

2.1.1. Tiempo real y tiempo aproximado

a) **Interés simple ordinario, con tiempo exacto**. En este caso, se cuentan los días reales de cada mes según el calendario y se utilizan 365 o 366 días por año. Este tipo de interés se llama interés racional, exacto o real. El interés racional produce resultados precisos, a diferencia de otras formas de interés que pueden generar errores debido a aproximaciones. Esto es fundamental cuando se trata de grandes cantidades de dinero, ya que las variaciones pueden ser significativas si se utiliza otro tipo de interés. Es esencial llevar a cabo cálculos de intereses de manera que no afecten negativamente tanto al prestamista como al prestatario.

Ejemplo:
Una persona recibe un préstamo de $ 200.000 con una tasa de interés del 20% anual simple en marzo del 2023. Calcule el interés (I) para cada clase de interés simple.
Datos:
P/C: $ 200.000
i: 20% anual 3/100= 0.03
t: 1 mes → 31 días mes de marzo => 31/365 =0,0849
I: mensual?

Resolución
Formula:
I = C*i*n
I = $ 200.000*0.20*0,0849
I = $ 3.396

b) **Interés simple ordinario, con tiempo aproximado o comercial.** En este caso, un año tiene 360 días y los meses tienen 30 días cada uno. Este tipo de interés se conoce como interés comercial y es común debido a que permite ciertas simplificaciones en los cálculos manuales.

Ejemplo:
Una persona recibe un préstamo de $ 200.000 con una tasa de interés del 20% anual simple en marzo del 2023. Calcule el interés (I) para cada clase de interés simple.
Datos:
P/C: $ 200.000
i: 20% anual 3/100= 0.03
t: 1 mes → 30 días mes de marzo => 30/360 =0,0833
I: mensual?

Resolución
Formula:
I = C*i*n
I = $ 200.000*0.20*0,0833
I = $ 3.332

Fórmulas de interés simple:

- $\mathrm{I} = C * i * t$
- $\mathrm{C} = \dfrac{\mathrm{I}}{\mathrm{i}\,.\,\mathrm{t}}$
- $\mathrm{r} = \dfrac{\mathrm{I}}{\mathrm{C}\,.\,\mathrm{t}}$
- $\mathrm{t} = \dfrac{\mathrm{I}}{\mathrm{C}\,.\,\mathrm{i}}$
- VF=C(1+i*t)
- C=VF(´1+i*t)-1
- M=C+I
- C=M-I
- I = M – P/C

2.1.2. Monto o valor futuro a interés simple

El monto o valor futuro simple se define como la suma del capital inicial más el interés simple generado. Las letras VF o M representan esta cantidad.
Fórmula:
VF=C(1+i*t)

Ejemplo:
Calcular el monto o valor futuro de una inversión de $ 200.000, en 5 años, con una tasa de interés del 25% anual.

Datos:
P/C: $ 200.000
i: 25% anual 25/100= 0.25
t: 5 años
M:?

Resolución
VF=$ 200.000 (1+0.25*5)
VF=$ 200.000 (1+1.25)
VF=$ 200.000 (2.25)
VF=$ 450.000

2.1.3. Valor presente o actual a interés simple.

Valor presente o actual a interés simple

El valor actual de una cantidad de dinero que se obtendrá en el futuro, considerando solo el capital inicial y el interés simple acumulado durante un período de tiempo determinado, se denomina valor presente o actual a interés simple.

Fórmula:
$C=VF(1+i*t)^{-1}$

Ejemplo:

Entre dos años y medio se aspiran reservar la suma de $ 500.000, con una tasa del 2.5% mensual, ¿Cuál es el total del capital?

Datos
P/C: ?
i: 2,5% mensual 2,5/100= 0.025
t: 2,5 años => 2,5*12 meses=30 meses
M: $ 500.000

Resolución
$C=VF(1+i*t)^{-1}$
C=$ 500.000$(1+0.025*30)^{-1}$
C=$ 500.000$(1+0.75)^{-1}$
C=$ 500.000$(1.75)^{-1}$
C=$ 500.000(0.5714)
C=$ 285.700

Tasa de interés.

Calculo de la tasa de interés simple

La tasa de interés es un concepto fundamental en matemática financiera que permite cuantificar el valor del dinero con el tiempo. Es fundamental para la planificación financiera personal y empresarial.

Fórmula:

$$r = \frac{I}{C \,.\, t}$$

Ejemplo:

¿Qué tasa de interés mensual simple le cobraron a una persona que le prestó $ 2.000 a un amigo y luego le paga $ 2.400 después de 8 meses?

Datos
P/C: $ 2.000
i: ¿
t: 8 meses
M: $ 2.400
Resolución
I= M-C
I= 2400-2000
I= 400

$$r = \frac{I}{C \,.\, t}$$

$$r = \frac{400}{2000 \,.\, 8}$$

$$r = \frac{400}{16000}$$

$$r = 0{,}025$$

$$r = 2{,}50\%$$

Tiempo.

El concepto de tiempo en matemática financiera se refiere al tiempo durante el cual ocurren las transacciones financieras. Este concepto es fundamental para calcular intereses y determinar el valor presente y futuro del dinero.

Fórmula:

$$t = \frac{I}{C \cdot i}$$

Ejemplo:

Si depositan hoy $ 2.500 en un fondo que ofrece un interés simple del 4% mensual, ¿en qué período alcanzarían los $ 8.000?

Datos

P/C: $ 2.500

i: 4% mensual 2,5/100= 0.04

t:?

M: $ 8.000

Resolución

I=M-C

I=8.000-2500

I=5.500

$$t = \frac{I}{C \cdot i}$$

$$t = \frac{5.500}{2500 \cdot 0,04}$$

$$t = \frac{5.500}{100}$$

$$t = 55$$

Resultado: 55 meses

Interés Compuesto.

Figura 3. Análisis de tasa de interés.
Elaboración https://www.gerencie.com/interes-simple.html

2.2. Introducción y definición del interés compuesto.

El método financiero conocido como interés compuesto acumula intereses sobre los intereses, lo que significa que el monto sobre el cual se calcula el interés aumenta con cada período de capitalización. Este sistema se utiliza en todo el sector financiero, incluidos los diversos tipos de préstamos otorgados por los bancos. Se basa en la idea de que el prestamista reinvierte los intereses obtenidos, lo que permite un aumento exponencial del capital inicial.

En este tipo de sistema financiero, el capital cambia al final de cada período porque se agregan intereses al capital, lo que da como resultado un nuevo monto sobre el cual se recalculan los intereses. El proceso de capitalización implica la acumulación de intereses sobre intereses. En síntesis, se trata de una transacción financiera en la que el valor del capital se incrementa al final de cada período por la cantidad total de intereses que se han cobrado. El monto compuesto o valor futuro es el término utilizado para describir la cantidad total obtenida al final. El interés compuesto es la diferencia entre este monto compuesto y el capital inicial.
Fórmula:

$M=C(1+i)^t$

$$C = \frac{M}{(1+i)^t}$$

$$i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}-1}$$

$$t = \frac{\log M - \log C}{\log(1+i)}$$

VF= VP(1+i)n

2.2.1. Tasa nominal, tasa efectiva y tasa equivalente.

Tasa nominal.- Se trata de una tasa de interés que consta de tres componentes fundamentales: la tasa de interés en sí, el periodo de referencia (normalmente el año, a menos que se indique lo contrario, considerándose implícito y no necesitando ser especificado) y el periodo de composición, también conocido como periodo de capitalización, periodo de liquidación o periodo de conversión. El plazo de aplicación se indica con anticipación en el caso de un interés nominal anticipado.
Fórmula:

$Inom/j=m((1+ie)^{1/m}-1)$

Ejemplo:

Se tiene un préstamo de $ 2.500 en un fondo que ofrece una tasa efectiva del 12,96% anual, ¿se necesita saber la tasa nominal?
Datos
P/C: $ 2.500
ie: 12,96% anual 12,96/100= 0.1296

Resolución

$Inom/j=m((1+ie)^{1/m}-1)$

$Inom=12((1+0,1296)^{1/12}-1)$

$Inom=12,25\%$

Tasa efectiva.- La tasa de interés efectiva es la tasa de interés anual que es igual a una tasa periódica más corta. Es la tasa que produce el mismo valor futuro total al aplicarse una sola vez sobre un periodo de referencia que al aplicar una tasa periódica m veces sobre el mismo periodo de referencia.
Fórmula:

$ie=(1+inom/m)^{m}-1$

Ejemplo:

Se tiene un préstamo de $ 500 en un fondo que ofrece una tasa nominal del 12,25% anual, ¿se necesita saber la tasa efectiva?
Datos
P/C: $ 500
ie: 12,25% anual 12,25/100= 0.1225

Resolución

$ie=(1+inom/m)^{m}-1$

$ie=(1+0.1225/12)^{12}-1$

$ie=12,96\%$

Tasa equivalente.- Cuando dos tasas producen el mismo resultado a pesar de operar de maneras diferentes, se dice que son equivalentes. Esto puede significar que una tasa opera en forma vencida mientras que otra opera en forma anticipada, que una capitaliza mensualmente mientras que la otra lo hace semestralmente, o incluso que una se calcula trimestralmente y la otra anualmente, entre otras posibles diferencias.

2.2.2. Valor futuro equivalente a un presente dado

La tasa de interés y el número de períodos son necesarios para calcular el valor futuro a partir de un valor presente dado. La fórmula para calcular el valor futuro se obtiene de esta premisa.
Fórmula:

$M=C(1+i)^{t}$

Ejemplo:

Si se invierte hoy en una corporación de $450, ¿cuánto dinero se tiene dentro de ocho meses en una cuenta de ahorros que reconoce el 3% mensual?

Datos
P/C: $ 450
i: 3% anual 3/100= 0.03
t: 8 meses

Resolución
$M=C(1+i)^t$
$M=450(1+0.03)^8$
M=570,05

2.2.3. Tiempo y tasa de interés

Tiempo.- El término "tiempo" se refiere al tiempo que toma hacer una inversión o pagar una deuda. El tiempo se expresa en años, meses, trimestres o cualquier otra unidad de tiempo que corresponda a la frecuencia de capitalización del interés compuesto.
Fórmula:

$$t = \frac{\log M - \log C}{\log(1+i)}$$

Ejemplo:

Si se invierte hoy en una cooperativa de $670, ¿en qué tiempo consigue el valor de $ 940 en una cuenta de ahorros que reconoce el 3% mensual?

Datos
P/C: $ 670
i: 3% anual 3/100= 0.03
M: $ 940
t: ¿

Resolución

$$t = \frac{\log M - \log C}{\log(1+i)}$$

$$t = \frac{\log 940 - \log 670}{\log(1+0,03)}$$

$$t = \frac{2,97 - 2,83}{0.012837}$$

$$t = 10,91$$

La tasa de interés compuesta.- es la tasa de interés que se aplica tanto al capital inicial como a los intereses acumulados. Esta tasa puede ser anual, mensual, trimestral, etc., dependiendo del período de capitalización de los intereses.
Fórmula:

$$i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}} - 1$$

Ejemplo:

Si se invierte hoy en una cooperativa de $670, ¿en un tiempo de 8 meses qué tasa de interés es necesaria para conseguir el valor de $ 940 en una cuenta de ahorros?

Datos
P/C: $ 670
i: ¿
M: $ 940
t: 8 meses

Resolución

$$i = \sqrt[t]{\frac{M}{C}} - 1$$

$$i = 8\sqrt{\frac{940}{670}} - 1$$

$$i = \sqrt[8]{\frac{940}{670}} - 1$$

2.2.4. Cálculo del valor presente equivalente de un valor futuro

El valor presente es la cantidad de dinero que, después de un período de capitalización determinado, alcanzará una determinada suma si se presta o invierte en el presente a una tasa de interés determinada.\
Fórmula:

$$C = \frac{M}{(1+i)^t}$$

Ejemplo:

Deseo cambiar mi maquinaria actual por una que tenga más capacidad en dos años y medio. Estimo que la nueva maquinaria costará $1.200.000 y que podré vender la actual por $300,000 en ese momento. En ese momento, ¿cuánto dinero necesito depositar en una entidad financiera que ofrece una tasa de interés del 3% mensual para poder comprar la nueva maquinaria?

Datos
P/C: $
i: 3% anual 3/100= 0.03
t: 2 años y 6 meses => 30 meses
M= $ 900.000

Resolución

$$C = \frac{M}{(1+i)^t}$$

$$C = \frac{900.000}{(1+0,03)^{30}}$$

$$C = \frac{900.000}{(1,03)^{30}}$$

`

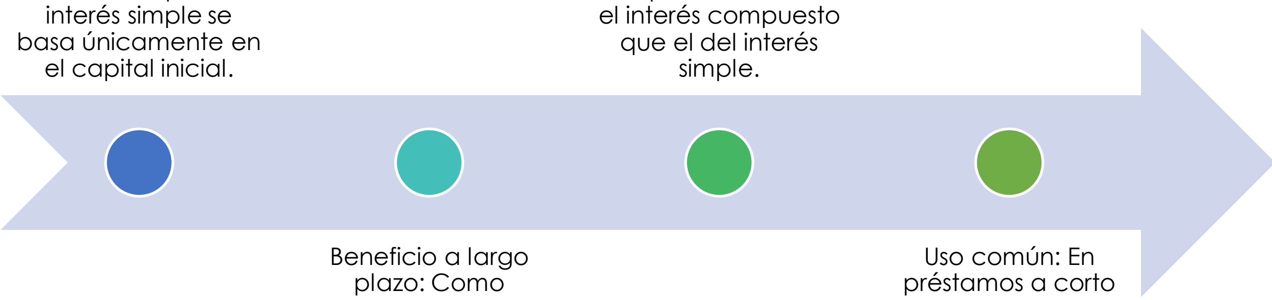
$$C = \frac{900.000}{2,43}$$

$$C = \$370.370,37$$

2.2.5. Comparación entre el interés simple y compuesto

Cálculo de interés: El interés compuesto se basa en el capital inicial más los intereses acumulados, mientras que el interés simple se basa únicamente en el capital inicial.

Complejidad: Es más complicado calcular el interés compuesto que el del interés simple.



Beneficio a largo plazo: Como resultado de la acumulación de intereses sobre intereses, el interés compuesto suele ofrecer mayores rendimientos a largo plazo.

Uso común: En préstamos a corto plazo y en ciertos depósitos, el interés simple es común; en cambio, en cuentas de ahorro y en inversiones a largo plazo, el interés compuesto es más común.

PRÁCTICA 2.

Tema: Interés simple y compuesto.

Resultado de aprendizaje:

Comprender y aplicar los conceptos de interés simple e interés compuesto, identificando las diferencias entre ambos. Además, podrá realizar cálculos relacionados con el valor futuro y presente de una inversión, así como calcular la tasa de interés y el tiempo necesario en una transacción financiera

Objetivo:

Entender los principios básicos del interés simple y compuesto, y su relevancia en la matemática financiera. El objetivo es que los estudiantes puedan calcular y analizar el crecimiento del capital en distintos escenarios financieros, diferenciando las ventajas y aplicaciones de cada tipo de interés en contextos prácticos, como la inversión, el ahorro y los préstamos.

INSUMOS:

¿Cómo se calcula el interés simple?

....

....

¿Cuál es la diferencia principal entre el interés simple y el interés compuesto?

....

....

Si inviertes $5,000 a una tasa de interés simple del 8% anual durante 4 años, ¿cuál será el monto total?

....

....

¿Cómo afecta el tiempo al cálculo del interés simple?

....

....

Interés Compuesto

¿Qué es la capitalización en el contexto de interés compuesto?

....

....

Si inviertes $2,000 a una tasa de interés compuesto del 5% anual, compuesto mensualmente, durante 3 años, ¿cuál será el monto total?

....

....

¿Cómo afecta la frecuencia de capitalización al monto total en interés compuesto?

....

....

¿Cómo se calcula el interés ganado con interés compuesto?

....

....

¿Qué factores influyen en la cantidad de interés ganado con interés compuesto?

....

....

Interés simple y compuesto

03

ANUALIDADES

3.1. Concepto y clasificación de las anualidades.

Figura 4. *Anualidades.*
Elaboración
https://www.freepik.es/icono/anualidades_2329178

Una anualidad es un conjunto de pagos o ingresos iguales y regulares que se realizan a intervalos fijos, no necesariamente anuales. Los pagos pueden ser diarios, quincenales, bimensuales, mensuales, bimestrales, trimestrales, cuatrimestrales, semestrales o anuales. El término anualidad, representado por la letra A, es fundamental en las finanzas, ya que es el método de amortización más utilizado por las instituciones financieras en sus distintas formas de crédito. También es común que las transacciones comerciales se realicen mediante una serie de pagos regulares en vez de un pago único al final del plazo establecido.

Figura 5. *Renta o Pago.*
Elaboración
https://www.ingeniovirtual.com/formas-de-pago-en-el-comercio-electronico/

Pago o Renta.- Se refiere a un pago regular que se hace continuamente. Este tipo de pago también se puede llamar depósito o cuota. En vez de anualidad, cualquiera de estos términos se puede emplear.

La duración de la renta.- Es la duración que transcurre entre dos pagos periódicos consecutivos. Puede ser anual, semestral o mensual, entre otras formas.

La duración de una anualidad.- Es la duración que va desde el comienzo del primer periodo de pago hasta el final del último.

Las anualidades simples

Son aquellas en las que la duración de los pagos coincide con la capitalización de los intereses. Por ejemplo, cuando se realizan depósitos en una cuenta de ahorros que tiene intereses capitalizados cada trimestre.

Anualidades Vencidas

Son las que se realizan los pagos al final de cada período. Por ejemplo, las cuotas mensuales establecidas en una variedad de transacciones comerciales, como la adquisición de electrodomésticos o vehículos, junto con el salario mensual de un trabajador.

Anualidades Diferidas

En estas se inician los pagos (ya sean ingresos o desembolsos) después de un período de gracia. Es posible que este período de gracia sea de dos tipos: A) Una temporada de gracia sin pagos o con pagos reducidos.

3.1.1. Cálculo del monto de una anualidad simple, vencida, anticipada y diferida.

Antes de adentrarnos en los cálculos, recordemos qué es una anualidad: es una serie de pagos iguales realizados a intervalos regulares de tiempo. Existen diferentes tipos:

Vencida: El pago se realiza al final de cada periodo.
Anticipada: El pago se realiza al inicio de cada periodo.
Diferida: El primer pago se realiza después de un cierto número de periodos.
Elementos Clave en el Cálculo

Para determinar el tiempo de una anualidad, necesitaremos los siguientes elementos:

Valor presente (VP): El valor actual de todos los pagos futuros.
Valor futuro (VF): El valor acumulado de todos los pagos al final del último periodo.
Renta (R): El monto de cada pago.
Tasa de interés (i): La tasa a la que se capitalizan los fondos.
Número de periodos (n): Lo que estamos buscando.
Fórmulas Generales

Si bien existen fórmulas específicas para cada tipo de anualidad, todas se basan en los principios del interés compuesto. La fórmula general para el valor futuro de una anualidad es:

Vencida:

Fórmula:

$$S = R[\frac{(1+i)^n-1}{i}]$$

Ejemplo:

Si un trabajador efectúa aportes mensuales de $250,00 dólares a una Institución Financiera, durante sus ocho últimos meses de actividad laboral ¿Qué monto habrá acumulado en ese periodo si la Institución financiera percibió una TEM (tasa efectiva mensual) de 2,375%?

Datos

VF/S: ?

i: 2,375% mensual 2,375/100= 0.02375

R= $ 250

n= 8 meses

Resolución

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1)}{i}$$

$$S = 250\frac{(1 + 0.02375)^8 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 250\frac{(1.02375)^8 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 250\frac{(1.20656 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 250\frac{0.20656}{0.02375}$$

$$S = 250(8.69726)$$

$$S = \$\,2.174{,}31$$

Anticipada:

Fórmula:

$$S = Ra(1+i)[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

Ejemplo:

¿Qué monto se acumulará al término del octavo mes, si hoy y durante 7 meses consecutivos se depositan $250 dólares en una cuenta de ahorros que devenga una TNA (tasa nominal anual) de 28,5%, con capitalización mensual?

Datos

VF: ?

i: 28,5% anual 28,5/100= 0.285/12=> 0.02375

R= $ 250

n= 8 meses

Resolución

$$S = Ra\ (1+i)\frac{(1+i)^n - 1)}{i}$$

$$S = 250(1+0{,}02375)\frac{(1+0.02375)^8 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 250(1{,}02375)\frac{(1.02375)^8 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 255{,}9375\frac{(1.20656 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 255{,}9375\frac{0.20656}{0.02375}$$

$$S = 255{,}9375(8.69726)$$

$$S = \$\ 2.225{,}96$$

Diferida:

Fórmula:

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1)}{i}$$

Ejemplo:

Si un estudiante efectúa aportes mensuales de $375,00 dólares a una Institución Financiera, en transcurso de sus 8 meses de actividad estudiantil ¿Qué monto habrá acumulado en ese periodo si la Institución financiera percibió una TEM (tasa efectiva mensual) de 2,375%?

Datos

VF/S: ?

i: 2,375% mensual 2,375/100= 0.02375

R= $ 375

n= 8 meses

Resolución

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1)}{i}$$

$$S = 375\frac{(1+0.02375)^8 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 375\frac{(1.02375)^8 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 375\frac{(1.20656 - 1)}{0.02375}$$

$$S = 375\frac{0.20656}{0.02375}$$

$$S = 375(8.69726)$$

$$S = \$\ 3.261{,}47$$

3.1.2. Procedimiento para hallar el tiempo de una anualidad simple, vencida, anticipada y diferida.

Antes de adentrarnos en los cálculos, recordemos qué es una anualidad: es una serie de pagos iguales realizados a intervalos regulares de tiempo. Existen diferentes tipos:

Vencida: El pago se realiza al final de cada periodo.

Anticipada: El pago se realiza al inicio de cada periodo.
Diferida: El primer pago se realiza después de un cierto número de periodos.
Elementos Clave en el Cálculo

Para determinar el tiempo de una anualidad, necesitaremos los siguientes elementos:

Valor presente (VP): El valor actual de todos los pagos futuros.
Valor futuro (VF): El valor acumulado de todos los pagos al final del último periodo.
Renta (R): El monto de cada pago.
Tasa de interés (i): La tasa a la que se capitalizan los fondos.
Número de periodos (n): Lo que estamos buscando.

Fórmula:

$$n = \frac{\log\left(\frac{VF}{R}(i) + 1\right)}{\log(1+i)}$$

Ejemplo:

Con una tasa de interés anual del 3%, ¿cuántos depósitos mensuales de $600 deben hacer una empresa para llegar a $3.800?

Datos
VF: $ 3.800
i: 3% anual 3/100= 0.03
R= $ 600
n=?

Resolución

$$n = \frac{\log\left(\frac{VF}{R}(i) + 1\right)}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{3.800}{600}(0.03) + 1\right)}{\log(1+0.03)}$$

$$n = \frac{\log\left(6.33(0.03) + 1\right)}{\log(1.03)}$$

$$n = \frac{\log\left(0.19 + 1\right)}{0.012837}$$

$$n = \frac{\log\left(1.19\right)}{0.012837}$$

$$n = \frac{0.075546}{0.012837}$$

$$n = 5.88\ años$$

3.1.3. Cálculo del valor presente de una anualidad simple, vencida, anticipadas y diferidas.

El valor que, en el momento en que se lleve a cabo la operación financiera, es equivalente a todos esos flujos de caja (tanto ingresos como egresos) es el valor actual de los flujos de caja (tanto ingresos como egresos). Se obtiene lo siguiente si se supone que una deuda (P) se pagará mediante n pagos iguales de valor A y con una tasa de interés (i):

Fórmula:

$$P = R\left(\frac{(1+\mathrm{i})^n - 1)}{(1+\mathrm{i})^n}\right)$$

Ejemplo:

Durante los últimos ocho años de su educación, con el fin de estudiar en el extranjero, un alumno contribuye anualmente $600,00 a una institución financiera. Si la institución ofrece una tasa efectiva anual (TEA) del 15,8%, ¿cuánto dinero habrá acumulado al final de ese período?

Datos
R: $ 600
i: 15,8% anual 15,8/100= 0.158
R= $ 600
n= 8 años
P/C=?

Resolución

$$P = R(\frac{(1+\mathrm{i})^n - 1)}{(1+\mathrm{i})^n})$$

$$P = 600(\frac{(1+0{,}158)^8 - 1)}{(1+0{,}158)^8})$$

$$P = 600(\frac{(1{,}158)^8 - 1)}{(1{,}158)^8})$$

$$P = 600(\frac{(3{,}23346731369 - 1)}{3{,}23346731369})$$

$$P = 600(\frac{(2{,}23346731369)}{3{,}23346731369})$$

$$P = 600(0{,}6907388614205)$$

$$P = \$\ 414{,}44$$

3.1.4. Cálculo de la renta de anualidad simple, vencida, anticipada y diferida.

Una anualidad es una serie de pagos en efectivo que se realizan con frecuencia en el futuro. Los pagos deben realizarse de manera regular, ya sea mensualmente, trimestralmente o anualmente, a pesar de que los montos pueden variar.

Vencida
Fórmula:

$$R = P(\frac{i(1+\mathrm{i})^n)}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

Anticipada

$$Ra = \frac{S}{1+i} * (\frac{i}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

Diferida

$$R = P(1+i)^k(\frac{i(1+\mathrm{i})^n)}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

Ejemplo Vencida:
Si la tasa nominal anual (TNA) es del 3% y se capitaliza mensualmente, ¿cuál será el importe fijo mensual a pagar para un préstamo bancario de $8,000 que debe amortizarse en un año mediante pagos mensuales vencidos?
Datos

P/C: $ 8000

i: 3% mensual 3/100= 0.03

R= ¿

n= 1 año

Resolución
Fórmula:

$$R = P(\frac{i(1+\mathrm{i})^n)}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

$$R = 8000(\frac{0.03(1+0.03)^1)}{(1+0.03)^1 - 1})$$

$$R = 8000(\frac{0.03(1.03)^1)}{(1.03)^1 - 1})$$

$$R = 8000(\frac{0.03(1.03)}{1.03 - 1})$$

$$R = 8000(\frac{0.0309}{0.03})$$

$$R = 8000(1{,}03)$$

$$R = 824$$

Ejemplo Anticipada:

Dado que la tasa efectiva mensual (TEM) es del 3%, calcule el monto mensual necesario para acumular $5,000 en 4 meses.

Datos

S/M: $ 5000

i: 3% mensual 3/100= 0.03

R= ¿

n= 4 meses

Resolución

$$Ra = \frac{S}{1+i} * (\frac{i}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

$$Ra = \frac{5000}{1+0{,}03} * (\frac{0{,}03}{(1+0{,}03)^4 - 1})$$

$$Ra = \frac{5000}{1{,}03} * (\frac{0{,}03}{(1{,}03)^4 - 1})$$

$$Ra = 4854{,}37 * (\frac{0{,}03}{1{,}1255 - 1})$$

$$Ra = 4854{,}37 * (\frac{0{,}03}{0{,}1255})$$

$$Ra = 4854{,}37 * (0.2390)$$

$$Ra = \$\ 1160{,}19$$

Ejemplo Diferida:

La compañía Maquinaria Industriales vende comprensoras por $3,964.88 al mes. Una cuota inicial de $3,000 se paga y el saldo restante se negocia según las circunstancias del comprador, con una tasa efectiva mensual (TEM) del 5%. ¿Cuál será el monto de cada cuota fija si un cliente decide pagar el saldo en cuatro cuotas iguales al final de cada mes, comenzando tres meses después del pago inicial?

Datos

P/C: $ 3964,88

i: 5% mensual 5/100= 0.05

R= ¿

n= 4 meses

k= 2 meses

Resolución

$$R = P(1+i)^k(\frac{i(1+\mathrm{i})^n)}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

$$R = 3964{,}88(1+0{,}05)^2(\frac{0{,}05(1+0{,}05)^4)}{(1+0{,}05)^4 - 1})$$

$$R = 3964{,}88(1{,}05)^2(\frac{0{,}05(1{,}05)^4)}{(1{,}05)^4 - 1})$$

$$R = 3964{,}88(1{,}10)(\frac{0{,}05(1{,}22)}{1{,}22 - 1})$$

$$R = 3964{,}88(1{,}10)(\frac{0{,}06}{0{,}22})$$

$$R = 3964{,}88(1{,}10)(0{,}27)$$

$$R = \$\ 1177{,}57$$

PRÁCTICA 3.

Tema: Anualidades.

Resultado de aprendizaje:

Comprender y aplicar los conceptos y tipos de anualidades, tales como las anualidades vencidas, anticipadas y diferidas. También podrá calcular el valor presente, valor futuro y renta de una anualidad, utilizando estos conocimientos para resolver problemas financieros relacionados con préstamos, inversiones y planes de pago.

Objetivo:

Entender los principios fundamentales de las anualidades y su clasificación. El objetivo es que los estudiantes puedan identificar las diferentes formas de anualidades y realizar cálculos financieros, aplicando las fórmulas correspondientes para evaluar el crecimiento de inversiones, la amortización de deudas y la planificación de pagos periódicos.

INSUMOS:

¿Un empleado consigna $300 al principio de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 8%, convertible mensualmente? En cuanto tiempo logrará ahorrar $30.000

n=76,87

....

¿Deposita $75 semanales empezando el día de hoy, a una tasa del 40% capitalizable semanalmente? ¿Cuánto tendrá dentro de 6 semanas?

VF=$ 459,48

....

¿Cuánto requeriría el día de hoy para hacer los pagos de $75 semanales empezando hoy durante 6 semanas, considerando un 40% capitalizable semanalmente?

VF= $ 437,16

....

¿ Calcular el valor de Contado de una propiedad vendida a 15 años de plazo, con pagos de $3.000 mensuales por mes anticipado, si la tasa de interés es del 12%converti"le mensualmente.?

VP= $ 252.464,64

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

¿De cuánto se tendrá que depositar semanalmente para obtener un monto de $1.221,8674 si se considera una tasa del &8% cap. mensualmente y los depósitos se harán durante 6 meses?

R=46,40 semanales

………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

Anualidades vencidas, anticipadas y diferidas

04

AMORTIZACIÓN

4.1. Concepto de amortización y clasificación

Conceptualización

La amortización de una deuda u obligación es el proceso de saldarla durante un período de tiempo determinado mediante una serie de pagos programados, que incluyen tanto el principal como los intereses. Una tabla de amortización se emplea para facilitar la comprensión del proceso de pago de una deuda. La evolución del crédito en términos de saldo, pagos realizados, intereses generados y abonos al capital se muestra en esta tabla. En ocasiones, el pago se destina primero a pagar los intereses, y el saldo restante se destina a la reducción del capital.

4.1.1. Cálculo de tablas de amortización

Las tablas de amortización o tablas de devolución de deuda son tablas que nos muestran un despliegue completo de los pagos que se tienen que hacer hasta la eliminación de la deuda. En este capítulo revisaremos cuatro métodos para armar una tabla de amortización.

Clasificación

- Método Francés
- Método Alemán
- Método Americano
- Método Sumatoria de dígitos

Métodos

- Método Francés

En este método como lo indica el nombre todas las cuotas o pagos tienen que ser iguales, para calcular la cuota se utiliza la fórmula de anualidades revisada en la unidad anterior.

- Método Alemán

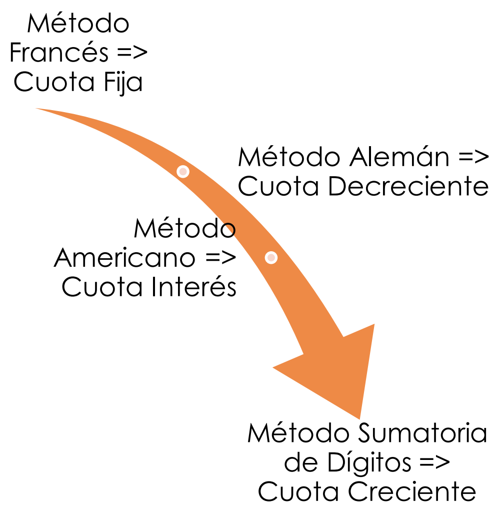
En este método la amortización es la misma para todos los periodos, se debe calcular la amortización primero.
La mecánica para llenar la tabla es la misma, pero ahora usando de base la amortización.

- Método Americano

En este método solo se pagan intereses y se amortiza el total de la deuda en el último periodo.

- Método Sumatoria de dígitos

En este método se utiliza un factor de amortización con el cual se calculara el valor de la amortización para cada periodo, luego en base a esos valores se completará la tabla, si se ha calculado bien el valor de la cuotas deberá ser creciente.



4.1.2. Cálculo de la renta o pagos de amortización

Cálculo de la renta o pagos de amortización

Fórmula:

$$R = P(1+i)^k(\frac{i(1+\mathrm{i})^n)}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

- ✓ Cantidad presente y serie uniforme de pagos (cuotas)
- ✓ Se aplica en el método francés.

Aplicación del método francés

Ejemplo:
Suponiendo que vamos a solicitar un crédito por un monto de $150.000 y que tenemos una tasa de interés nominal anual del 18,40% y queremos realizar 12 pagos mensuales, por el tiempo de 1 año, la entidad financiera utiliza la tasa efectiva.

Datos:
C/Valor del préstamo= $ 150.000
n= 12 meses
# cuotas= 12
j= 18,40% => tasa efectiva ie=1,67%

Resolución

ie=(1+0,1840/12)^12 -1
ie=(1+0,015333333)^12 -1
ie=(1,015333333)^12 -1
ie=1,200338487 -1
ie=0,2003

ie=20.03% anual

ie=20.03/4

ie=1,67% mensual

$$R = P(1+i)^k(\frac{i(1+\mathrm{i})^n)}{(1+\mathrm{i})^n - 1})$$

R= 150000(0,0167(1+0,0167)^12/(1+0,0167)^12 -1
R= 150000(0,0167(1,0167)^12/(1,0167)^12 -1
R= 150000(0,0167(1,21987093)/1,21987093 -1
R= 150000(0,02037184)/0,21987093
R= 150000(0,09265363)
R= $ 13.898,04

MÉTODO FRANCÉS

Periodo	Saldo inicial	Principal	Interés	Cuota o Pago	Saldo final
1	$ 150.000,00	$ 11.393,04	$ 2.505,00	$ 13.898,04	$ 138.606,96
2	$ 138.606,96	$ 11.583,30	$ 2.314,74	$ 13.898,04	$ 127.023,66
3	$ 127.023,66	$ 11.776,74	$ 2.121,30	$ 13.898,04	$ 115.246,91
4	$ 115.246,91	$ 11.973,42	$ 1.924,62	$ 13.898,04	$ 103.273,49
5	$ 103.273,49	$ 12.173,37	$ 1.724,67	$ 13.898,04	$ 91.100,12
6	$ 91.100,12	$ 12.376,67	$ 1.521,37	$ 13.898,04	$ 78.723,45
7	$ 78.723,45	$ 12.583,36	$ 1.314,68	$ 13.898,04	$ 66.140,10
8	$ 66.140,10	$ 12.793,50	$ 1.104,54	$ 13.898,04	$ 53.346,60
9	$ 53.346,60	$ 13.007,15	$ 890,89	$ 13.898,04	$ 40.339,44
10	$ 40.339,44	$ 13.224,37	$ 673,67	$ 13.898,04	$ 27.115,07
11	$ 27.115,07	$ 13.445,22	$ 452,82	$ 13.898,04	$ 13.669,85
12	$ 13.669,85	$ 13.669,75	$ 228,29	$ 13.898,04	$ 0,10
TOTAL:		**$ 149.999,90**	**$ 16.776,58**	**$ 166.776,48**	

MÉTODO FRANCÉS

Periodo	Saldo inicial	Principal	Interes	Cuota o Pago	Saldo final
1	Valor préstamo	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
2	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
3	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
4	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
5	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
6	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
7	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
8	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
9	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
10	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
11	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
12	Saldo final	Cuota o pago - Interes	Saldo inical * Tasa efectiva mensual	Cuota calculo	Saldo inicial - Principal
	TOTAL:	**$ -**	**$ -**	**$ -**	

Aplicación del método alemán

Ejemplo:
Suponiendo que vamos a solicitar un crédito por un monto de $150.000 y que tenemos una tasa de interés nominal anual del 18,40% y queremos realizar 12 pagos mensuales, por el tiempo de 1 año, la entidad financiera utiliza la tasa efectiva.

Datos:
C/Valor del préstamo= $ 150.000
n= 12 meses
# cuotas= 12
j= 18,40% => tasa efectiva ie=1,67%

Resolución

ie=(1+0,1840/12)^12 -1
ie=(1+0,015333333)^12 -1
ie=(1,015333333)^12 -1
ie=1,200338487 -1
ie=0,2003

ie=20.03% anual

ie=20.03/4

ie=1,67% mensual

MÉTODO ALEMÁN					
Período	**Saldo inicial**	**Principal**	**Interés**	**Cuota o Pago**	**Saldo final**
1	$ 150.000,00	$ 12.500,00	$ 4.500,00	$ 17.000,00	$ 137.500,00
2	$ 137.500,00	$ 12.500,00	$ 4.125,00	$ 16.625,00	$ 125.000,00
3	$ 125.000,00	$ 12.500,00	$ 3.750,00	$ 16.250,00	$ 112.500,00
4	$ 112.500,00	$ 12.500,00	$ 3.375,00	$ 15.875,00	$ 100.000,00
5	$ 100.000,00	$ 12.500,00	$ 3.000,00	$ 15.500,00	$ 87.500,00
6	$ 87.500,00	$ 12.500,00	$ 2.625,00	$ 15.125,00	$ 75.000,00
7	$ 75.000,00	$ 12.500,00	$ 2.250,00	$ 14.750,00	$ 62.500,00
8	$ 62.500,00	$ 12.500,00	$ 1.875,00	$ 14.375,00	$ 50.000,00
9	$ 50.000,00	$ 12.500,00	$ 1.500,00	$ 14.000,00	$ 37.500,00
10	$ 37.500,00	$ 12.500,00	$ 1.125,00	$ 13.625,00	$ 25.000,00
11	$ 25.000,00	$ 12.500,00	$ 750,00	$ 13.250,00	$ 12.500,00
12	$ 12.500,00	$ 12.500,00	$ 375,00	$ 12.875,00	$ -
TOTAL:		**$ 150.000,00**	**$ 29.250,00**	**$ 179.250,00**	

MÉTODO ALEMÁN					
Período	**Saldo inicial**	**Principal**	**Interés**	**Cuota o Pago**	**Saldo final**
1	Valor préstamo	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
2	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
3	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
4	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
5	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
6	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
7	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
8	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
9	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
10	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
11	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
12	Saldo final	Cuota calculo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
	TOTAL:	**$ -**	**$ -**	**$ -**	

Aplicación del método americano

Ejemplo:
Se adquiere una maquinaria en la Empresa El Huerto S.A. por $ 165.340, y las condiciones son: que se debe cancelar un abono en efectivo por $ 5.340 y la diferencia nos permite cancelar en 24 meses, con un interés mensual efectivo de 6%. Calcular los valores mensuales que se debe cancelar.

Datos:
C/Valor del préstamo= $ 160.000
n= 24 meses
# cuotas= 24
ie= 6% mensual

Resolución

MÉTODO AMERICANO

Período	Saldo inicial	Principal	Interés	Cuota o Pago	Saldo final
1	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
2	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
3	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
4	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
5	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
6	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
7	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
8	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
9	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
10	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
11	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
12	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
13	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
14	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
15	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
16	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
17	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
18	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
19	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
20	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
21	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
22	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
23	$ 160.000,00		$ 28.800,00	$ 28.800,00	$ 160.000,00
24	$ 160.000,00	$ 160.000,00	$ 28.800,00	$ 188.800,00	$ -
	TOTAL:	**$ 160.000,00**	**$ 691.200,00**	**$ 851.200,00**	

MÉTODO AMERICANO

Período	Saldo inicial	Principal	Interés	Cuota o Pago	Saldo final
1	Valor préstamo		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
2	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
3	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
4	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
5	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
6	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
7	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
8	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
9	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
10	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
11	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
12	Saldo final		Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
24	Saldo final	Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + Interés	Saldo inicial - Principal
	TOTAL:	**$ -**	**$ -**	**$ -**	

Aplicación del método sumatoria de dígitos

Ejemplo:
Se adquiere una maquinaria en la Empresa El Huerto S.A. por $ 165.340, y las condiciones son: que se debe cancelar un abono en efectivo por $ 5.340 y la diferencia nos permite cancelar en 24 meses, con un interés mensual efectivo de 6%. Calcular los valores mensuales que se debe cancelar.

Datos:
C/Valor del préstamo= $ 160.000
n= 24 meses
# cuotas= 24
ie= 6% mensual

Resolución

MÉTODO SUMATORIA DE DIGÍTOS

Factor de amortización	Período	Saldo inicial	Principal	Interés	Cuota o Pago	Saldo final
0,0033	1	$ 160.000,00	$ 528,00	$ 9.600,00	$ 10.128,00	$159.472,00
0,0067	2	$ 159.472,00	$ 1.072,00	$ 9.568,32	$ 10.640,32	$158.400,00
0,0100	3	$ 158.400,00	$ 1.600,00	$ 9.504,00	$ 11.104,00	$156.800,00
0,0133	4	$ 156.800,00	$ 2.128,00	$ 9.408,00	$ 11.536,00	$154.672,00
0,0167	5	$ 154.672,00	$ 2.672,00	$ 9.280,32	$ 11.952,32	$152.000,00
0,0200	6	$ 152.000,00	$ 3.200,00	$ 9.120,00	$ 12.320,00	$148.800,00
0,0233	7	$ 148.800,00	$ 3.728,00	$ 8.928,00	$ 12.656,00	$145.072,00
0,0267	8	$ 145.072,00	$ 4.272,00	$ 8.704,32	$ 12.976,32	$140.800,00
0,0300	9	$ 140.800,00	$ 4.800,00	$ 8.448,00	$ 13.248,00	$136.000,00
0,0333	10	$ 136.000,00	$ 5.328,00	$ 8.160,00	$ 13.488,00	$130.672,00
0,0367	11	$ 130.672,00	$ 5.872,00	$ 7.840,32	$ 13.712,32	$124.800,00
0,0400	12	$ 124.800,00	$ 6.400,00	$ 7.488,00	$ 13.888,00	$118.400,00
0,0433	13	$ 118.400,00	$ 6.928,00	$ 7.104,00	$ 14.032,00	$111.472,00
0,0467	14	$ 111.472,00	$ 7.472,00	$ 6.688,32	$ 14.160,32	$104.000,00
0,0500	15	$ 104.000,00	$ 8.000,00	$ 6.240,00	$ 14.240,00	$ 96.000,00
0,0533	16	$ 96.000,00	$ 8.528,00	$ 5.760,00	$ 14.288,00	$ 87.472,00
0,0567	17	$ 87.472,00	$ 9.072,00	$ 5.248,32	$ 14.320,32	$ 78.400,00
0,0600	18	$ 78.400,00	$ 9.600,00	$ 4.704,00	$ 14.304,00	$ 68.800,00
0,0633	19	$ 68.800,00	$ 10.128,00	$ 4.128,00	$ 14.256,00	$ 58.672,00
0,0667	20	$ 58.672,00	$ 10.672,00	$ 3.520,32	$ 14.192,32	$ 48.000,00
0,0700	21	$ 48.000,00	$ 11.200,00	$ 2.880,00	$ 14.080,00	$ 36.800,00
0,0733	22	$ 36.800,00	$ 11.728,00	$ 2.208,00	$ 13.936,00	$ 25.072,00
0,0767	23	$ 25.072,00	$ 12.272,00	$ 1.504,32	$ 13.776,32	$ 12.800,00
0,0800	24	$ 12.800,00	$ 12.800,00	$ 768,00	$ 13.568,00	$ -
1	**300**		**$ 160.000,00**	**$ 156.802,56**	**$ 316.802,56**	

MÉTODO SUMATORIA DE DIGÍTOS

Factor de amortización	Período	Saldo inicial	Principal	Interés	Cuota o Pago	Saldo final
Período (1) / Total período	1	Valor préstamo	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (2) / Total período	2	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	3	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	4	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	5	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	6	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	7	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	8	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	9	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	10	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	11	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal
Período (...) / Total período	12	Saldo final	Factor de amortización * Valor préstamo	Saldo inicial * Tasa efectiva mensual	Principal + InterÉs	Saldo inicial - Principal

PRÁCTICA 4.

Tema: Amortización.

Resultado de aprendizaje:

Entender los diferentes métodos de amortización, como el método francés, alemán y americano. Además, podrá calcular y analizar los pagos de un préstamo, distinguiendo entre los componentes de capital e intereses, y utilizar tablas de amortización para interpretar el proceso de liquidación de deudas a lo largo del tiempo.

Objetivo:

Captar los principios fundamentales de la amortización y su importancia en la gestión de deudas y préstamos. El objetivo es que los estudiantes aprendan a calcular y diferenciar los métodos de amortización y su impacto en los pagos periódicos, aplicando estos conocimientos en escenarios financieros como la compra de bienes a crédito, hipotecas y financiamientos.

INSUMOS:

¿Método sumatoria de dígitos: Usted adquiere su crédito de $ 1.000 pagaderos en 8 años con cuotas semestrales iguales del 18% (tasa nominal anual) capitalizare semestralmente? ¿Hallar el pago semestral y construir el cuadro de amortización?

....
....
....

¿Método Alemán: Una deuda de $ 60.000 se debe amortizar en 4 años con pagos anuales iguales al 16% (tasa nominal anual)? ¿Hallar el valor de cada cuota y elaborar el cuadro de amortización de la deuda?

....
....
....

¿ Método americano: Prepare la tabla de amortización de un préstamo de $ 6.000 desembolsado el 1 de marzo, el mismo que debe ser cancelado con 8 cuotas constantes cada 90 días aplicando una tasa efectiva del 5% trimestral?

....

....

....

Amortizaciones, método francés, alemán, americano y sumatoria de dígitos

BIBLIOGRAFÍA:

Ramírez, C., Garcia, M., Pantoja, C., Zambrano, A. (2009). Fundamentos de Matemáticas Financieras. Universidad Libre Sede Cartagena Editorial. 1(1) 978-958-8621-03-6.

Serrano, J., (2011). Matemáticas financieras y evaluación de proyectos. Alpha Editorial. 6077073040, 9786077073048

Ricardo González, J. L., & Ruiz Fuentes, D. (2017). ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA FAVORECER EL TRABAJO INDEPENDIENTE COMO TAREA DOCENTE A TRAVÉS DE LA ASIGNATURA MATEMÁTICA FINANCIERA. REFCalE: Revista Electrónica Formación Y Calidad Educativa. ISSN 1390-9010, 4(3), 167–182. Recuperado a partir de https://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/1323.

INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO PELILEO

ISBN: 978-9942-686-83-1

Educación gratuita y de calidad