INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO PELILEO

MATEMÁTICAS

MATEMÁTICAS

Directorio editorial institucional

Dr. Rodrigo Mena Mg. Rector
Mg. Sandra Cando Coordinadora Institucional
Mg. Oscar Toapanta Coordinador de I+D+i
Ing. Johanna Iza Líder de Publicaciones

Diseño y diagramación
Mg. Belén Chávez
Mg. Santiago Mayorga

Revisión técnica de pares académicos
Mvz. Fredy Córdova
IST PELILEO
Correo: fcordovaregion3@gmail.com

Ing. Gabriela Acosta
IST PELILEO
Correo: gacosta@itsbenjaminaraujo.edu.ec

ISBN: 978-9942-686-67-1
DOI: https://doi.org/10.59602/re.121

Primera edición
Agosto 2024
https://istp.edu.ec

AUTOR

Ing. Sandra Cando Ch. Mg.

DOCENTE

Experta en educación superior con un Máster en Liderazgo y Dirección de Centros Educativos por UNIR. Ingeniera en Sistemas con sólida experiencia en tecnología educativa. Impulso la innovación pedagógica y la transformación digital en instituciones educativas. Amplia trayectoria como Coordinadora Académica, Docente-Investigador y docente de Contabilidad en la Asignatura de Matemática.

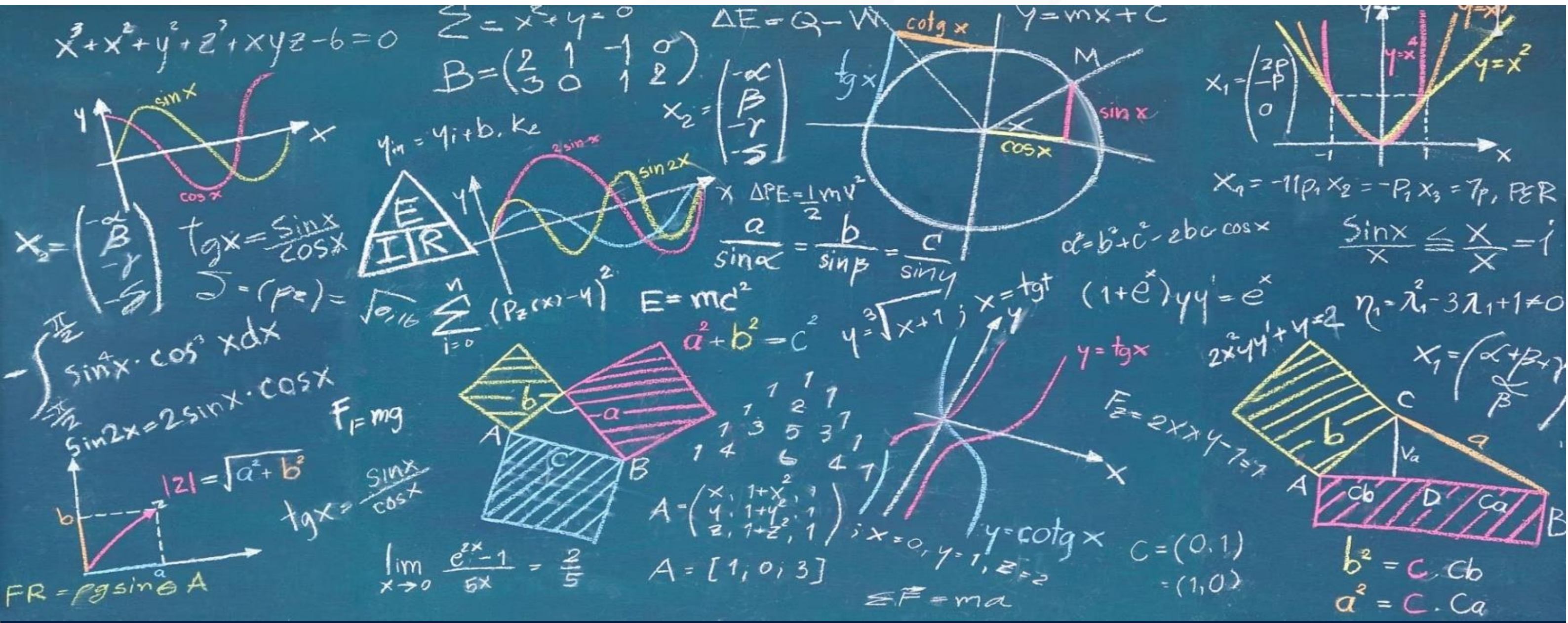
PRÓLOGO

La matemática, a menudo considerada como el lenguaje universal de la ciencia, se erige como un pilar fundamental en la educación superior. Su estudio trasciende las meras operaciones aritméticas y se adentra en un vasto universo de conceptos abstractos, lógica rigurosa y aplicaciones prácticas que abarcan casi todas las disciplinas del conocimiento humano.

Este libro se propone ser una guía completa, diseñada tanto para estudiantes como para educadores, que busca no solo transmitir conocimientos técnicos, sino también cultivar una apreciación más profunda por la belleza y el poder de la matemática. En un mundo donde la toma de decisiones se basa cada vez más en datos y modelos complejos, el dominio de las herramientas matemáticas se convierte en una habilidad indispensable.

Al final de este viaje, esperamos que el lector no solo haya adquirido un sólido conocimiento matemático, sino también una mayor confianza en sus habilidades para enfrentar los retos que surgirán en su trayectoria académica y profesional. La matemática es una herramienta poderosa que, si se maneja con destreza, puede abrir puertas en un mundo cada vez más interconectado y dinámico.

Invitamos a todos a embarcarse en esta fascinante aventura que es la matemática, con la certeza de que cada teorema, cada ecuación y cada problema resuelto contribuirá al desarrollo de un pensamiento más crítico y creativo, vital en la búsqueda del conocimiento y la comprensión del mundo que nos rodea.



INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO

TOMO 1:

Matemática Básica

Ing. Sandra Cando Mg.

CONTENIDOS

01

ALGEBRA

Algebra

¿Qué es el Álgebra? El Álgebra es la rama de las matemáticas que estudia la cantidad considerada de la forma más general posible. Se enfoca en la manipulación de símbolos y en la estructura de las operaciones matemáticas.

Una expresión algebraica: es una combinación de números, variables y símbolos de operación. Las variables son letras que representan valores desconocidos o que pueden cambiar. Las operaciones matemáticas que se pueden usar en una expresión algebraica son la suma, resta, multiplicación, división y potenciación.

Componentes de una expresión algebraica:

Números: Representan valores fijos y conocidos. Por ejemplo, en la expresión 2x + 5, el 2 y el 5 son números.

Variables: Representan valores desconocidos o que pueden cambiar. Por ejemplo, en la expresión 2x + 5, la x es una variable.

Símbolos de operación: Representan las operaciones matemáticas que se deben realizar con los números y las variables. Los símbolos de operación más comunes son:

Suma (+)

Resta (-)

Multiplicación (*) o (·)

División (/)

Potenciación (^)

Ejemplos de expresiones algebraicas:

3x + 2y - 1: Esta expresión tiene tres términos: 3x, 2y y -1. La variable x se multiplica por 3, la variable y se multiplica por 2, y el número -1 se resta de los demás términos.

(x + 5)(2x - 3): Esta expresión tiene dos factores: (x + 5) y (2x - 3). Cada factor es en sí una expresión algebraica.

x^2 + 4x + 3: Esta expresión tiene tres términos: x^2, 4x y 3. La variable x se eleva al cuadrado (x^2), se multiplica por 4 (4x), y se suma 3 (3).

Tipos de expresiones algebraicas:

Monomio: Una expresión algebraica con un solo término.

Por ejemplo: 3x, 5y - 2

Binomio: Una expresión algebraica con dos términos. Por ejemplo: x + y, 2x - 3

Trinomio: Una expresión algebraica con tres términos. Por ejemplo: $x^2 + 4x + 3$, $2xy - 5x + 1$

Polinomio: Una expresión algebraica con uno o más términos.

Operaciones con expresiones algebraicas:

Se pueden realizar las mismas operaciones matemáticas con expresiones algebraicas que con números. Por ejemplo, se pueden sumar, restar, multiplicar, dividir y elevar a potencias expresiones algebraicas.

Ejemplos:

Exponentes

En álgebra, los exponentes se utilizan para representar la multiplicación repetida de una variable o expresión por sí misma. Se escriben como una base (la variable o expresión que se multiplica) elevada a una potencia (el número de veces que se multiplica).

Notación:

La notación para los exponentes en álgebra es la misma que en matemáticas generales:

a^n

Donde:

- a es la base, que puede ser una variable o una expresión algebraica.
- n es la potencia, que es un número entero positivo o negativo.

Ejemplos:

- x^3: Esta expresión significa que la variable x se multiplica por sí misma 3 veces. $x^3 = x * x * x$
- $(2x + 1)^2$: Esta expresión significa que la expresión completa $(2x + 1)$ se multiplica por sí misma 2 veces. $(2x + 1)^2 = (2x + 1) * (2x + 1)$
- $y^{(-4)}$: Esta expresión significa que la variable y se eleva a la potencia -4. $y^{(-4)} = 1/y^4$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

Las propiedades de la potenciación son reglas matemáticas que describen cómo se comportan las potencias cuando se realizan operaciones como multiplicación, división, potenciación y cambio de signo. Estas propiedades son esenciales para simplificar expresiones algebraicas, resolver ecuaciones y comprender el comportamiento de las funciones exponenciales.

Las principales propiedades de la potenciación son:

1. Producto de potencias con igual base:

Si tenemos dos potencias con la misma base a y exponentes m y n, entonces su producto es otra potencia con la misma base a y exponente igual a la suma de los exponentes originales. Se expresa matemáticamente como:

$a^m * a^n = a^{(m + n)}$

Ejemplo:

$2^3 * 2^2 = 2^{(3 + 2)} = 2^5 = 32$

2. Potencia de una potencia:

Si tenemos una potencia con base a y exponente m, y la elevamos a otra potencia n, entonces la potencia resultante tiene la misma base a y exponente igual al producto de los exponentes originales. Se expresa matemáticamente como:

$(a^m)^n = a^{(m * n)}$

Ejemplo:

$(3^2)^4 = 3^{(2 * 4)} = 3^8 = 6561$

3. Propiedad del uno:

Cualquier número elevado a la potencia 0 es igual a 1, independientemente de la base. Se expresa matemáticamente como:

$a^0 = 1$

Ejemplo:

$5^0 = 1$

4. Inverso de una potencia:

El inverso de una potencia con base a y exponente n es otra potencia con la misma base a y exponente negativo -n. Se expresa matemáticamente como:

$a^{(-n)} = 1/a^n$

Ejemplo:

$(2^3)^{-1} = 1/2^3 = 1/8$

5. Propiedad del cociente:

Si tenemos dos potencias con la misma base a y exponentes m y n, donde n es menor que m, entonces su cociente es otra potencia con la misma base a y exponente igual a la diferencia de los exponentes originales. Se expresa matemáticamente como:

a^m / a^n = a^(m - n)

Ejemplo:

4^5 / 4^2 = 4^(5 - 2) = 4^3 = 64

6. Propiedad de la identidad:

Cualquier número elevado a la potencia 1 es igual a sí mismo. Se expresa matemáticamente como:

a^1 = a

Ejemplo:

7^1 = 7

7. Propiedad del producto de potencias con diferente base:

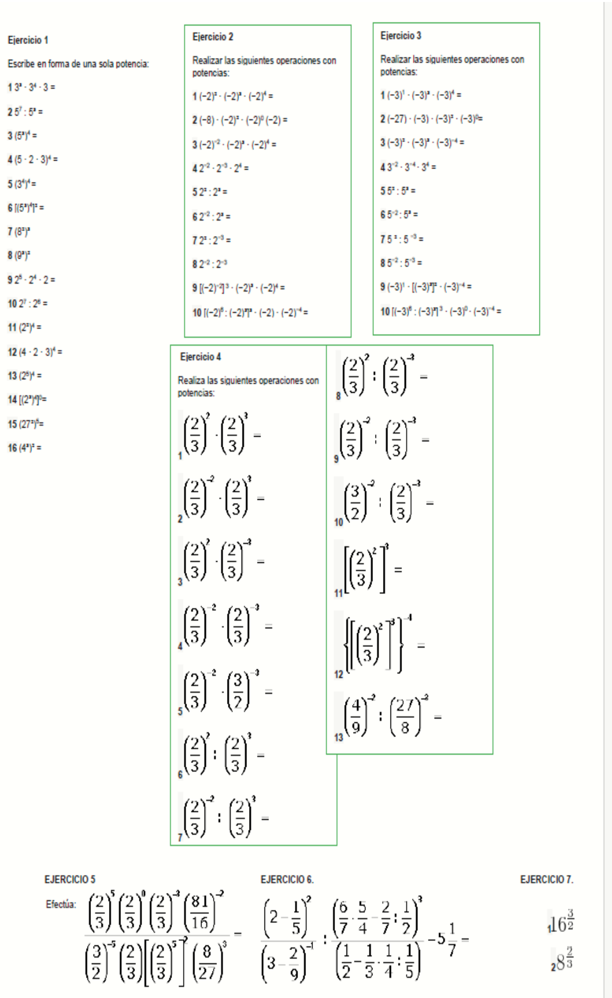
El producto de dos potencias con diferentes bases no se puede simplificar, a menos que las bases sean iguales. Se expresa matemáticamente como:

a^m * b^n ≠ (ab)^(m + n)

Ejemplo:

2^3 * 3^2 ≠ (2 * 3)^(3 + 2)

TALLER DE POTENCIAS



PRODUCTOS NOTABLES

Los productos notables son expresiones algebraicas que se obtienen al multiplicar dos binomios de una manera específica. Estas multiplicaciones se realizan siguiendo reglas memorísticas que permiten obtener el resultado sin necesidad de expandir completamente los binomios.

Los productos notables más comunes son:

1. Binomio al cuadrado:

Se obtiene al elevar un binomio formado por dos términos (a y b) al cuadrado. La expresión resultante es:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Ejemplo:

$(x + 2)^2 = x^2 + 2(x)(2) + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

2. Diferencia de cuadrados:

Se obtiene al multiplicar dos binomios donde uno de ellos es el inverso aditivo del otro. La expresión resultante es:

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ejemplo:

$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

3. Binomio al cubo:

Se obtiene al elevar un binomio formado por dos términos (a y b) al cubo. La expresión resultante es:

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b$ $3ab^2 + b^3$

Ejemplo:

$(y + 2)^3 = y^3 + 3(y^2)(2) + 3(y)(2^2) + 2^3 = y^3 + 6y^2 + 12y + 8$

4. Suma de cubos:

Se obtiene al multiplicar dos binomios donde uno de ellos es el inverso del otro. La expresión resultante es:

$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

Ejemplo:

(x - 2)(x^2 + 2x + 2^2) = x^3 - 2x^2 + 2x + 4x^2 - 4x + 4 = x^3 + 2x^2 + 4

5. Diferencia de cubos:

Se obtiene al multiplicar dos binomios donde uno de ellos es el inverso del otro. La expresión resultante es:

(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3

Ejemplo:

(y + 1)(y^2 - y + 1^2) = y^3 - y^2 + y - y^2 + y + 1 = y^3 - 2y^2 + 2y + 1

Aplicaciones de los productos notables:

Los productos notables tienen una amplia gama de aplicaciones en matemáticas, física, ingeniería y otras áreas. Se utilizan para:

Simplificar expresiones algebraicas: Los productos notables permiten simplificar expresiones algebraicas que contienen binomios elevados a potencias.

Resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones: Los productos notables se utilizan para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones que involucran binomios elevados a potencias.

Factorizar polinomios: Los productos notables se utilizan para factorizar polinomios de mayor grado.

En Resumen:

Propiedades		Ejemplo
$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$	El producto de dos potencias que tienen la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la suma de los exponentes.	$7^2 \cdot 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$
$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	El cociente de dos potencias que tienen la misma base es otra potencia de la misma base y de exponente la diferencia de los exponentes.	$\frac{6^5}{6^3} = 6^{5-3} = 6^2$
$(a^n)^p = a^{n \cdot p}$	Una potencia elevada a otra potencia es una nueva potencia de la misma base y de exponente el producto de los exponentes.	$(5^2)^3 = 5^{2 \cdot 3} = 5^6$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	La potencia de un producto es igual al producto de cada uno de los factores elevado al mismo exponente.	$(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2$
$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$	La potencia de un cociente es igual al cociente de cada uno de los números elevado al mismo exponente.	$(\frac{2}{5})^3 = \frac{2^3}{5^3}$
$a^0 = 1, a \neq 0$	Todo número distinto de cero elevado a cero es igual a uno.	$2^0 = 1$
$a^1 = a$	Todo número elevado a uno es igual a dicho número.	$5^1 = 5$

Taller Productos Notables

Resumen

Binomios conjugados	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Cuadrado de un binomio	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Cubo de un binomio	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Resolver cada suma por diferencia

Binomio Conjugado

1. $(x-2)(x+2)$
2. $(a+3)(a-3)$
3. $(2x-5)(2x+5)$
4. $(3x+2)(3x-2)$
5. $(3x+y)(3x-y)$
6. $(5x-2)(5x+2)$
7. $(7a-b)(7a+b)$
8. $(5x+10y)(5x-10y)$
9. $(5x^2-3)(5x^2+3)$
10. $(7a^2+2b^3)(7a^2-2b^3)$

II. Resolver cada cuadrado de binomio Y Cubo

1. $(x+4)^2$
2. $(3x+2)^2$
3. $(a+1)^3$
4. $(p+5q)^2$
5. $(a+2b)^3$
6. $(x-5)^3$
7. $(5x+3y)^2$
8. $(a-3b)^3$
9. $(6-x)^3$
10. $(6x-5y)^2$
11. $(x^2-5)^3$
12. $(3a^3+x^2)^3$

III. En cada producto notable, encontrar el error o los errores

1. $(x-7)(x+7)=x^2+49$
2. $(x-8)^2=x^2+16x-64$
3. $(x+6)^2=x^2+6x+36$
4. $(4x+2)(4x-2)=4x^2-4$
5. $(a-9)^2=a^2-18a+18$
6. $(5x-2)(5x-2)=25x^2-4$
7. $(2x+12)^2=4x^2+24x+144$
8. $(2x+3y)(3x+2y)=6x^2+6y^2$
9. $(x+5)(x-7)=x^2-12x-35$
10. $(5a+3b)(3a-5b)=15a^2-15b^2$
11. $(x+3)^3=x^3+9x-27+27$
12. $(x-1)^3=x^3-x^2+x+1$
13. $\left(\frac{1}{2}x+4\right)^2=\frac{1}{4}x^2+8x+16$
14. $(x+3)^3=x^3+9x-27x+27$

FACTOREO

El factorizar o factorar es un proceso algebraico que consiste en descomponer descomponer una expresión algebraica en un producto de dos o más expresiones más simples que se denominan factores.
En otras palabras, factorizar es lo contrario de expandir una expresión**.**

Ejemplo:
La expresión x^2 + 5x + 6 se puede factorizar en los binomios (x + 2)(x + 3). Esto significa que la expresión original se puede obtener al multiplicar estos dos binomios:

$(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$

¿Para qué sirve factorizar?

El factorizar tiene varias aplicaciones en matemáticas, como:
Simplificar expresiones algebraicas: Al factorizar una expresión, se pueden obtener expresiones más simples que sean más fáciles de manejar.
Resolver ecuaciones: El factorizar puede ayudar a resolver ecuaciones algebraicas. Por ejemplo, si
Casos de factorización:

Existen diferentes casos de factorización, cada uno con sus propias reglas y aplicaciones. Algunos de los casos más comunes son:

Factor común: Se aplica cuando todos los términos de la expresión tienen un factor común.
Trinomio cuadrado perfecto: Se aplica cuando la expresión es un cuadrado perfecto de un trinomio.
Diferencia de cuadrados: Se aplica cuando la expresión es la diferencia de dos cuadrados.
Binomio al cubo: Se aplica cuando la expresión es el cubo de un binomio.
Suma o resta de cubos: Se aplica cuando la expresión es la suma o resta de dos cubos.

Casos de Factoreo

El factorizar, o descomponer una expresión algebraica en sus factores más simples, es una habilidad fundamental en álgebra. Existen diferentes casos de factorización, cada uno con sus propias reglas y aplicaciones. A continuación, se detallan algunos de los casos de factorización más comunes:

CASO I:
FACTOR COMÚN

¿Qué es la factorización por factor común?

Podemos entender la factorización

por factor común como una técnica que consiste en la descomposición de una expresión algebraica en donde en todos sus términos hay una expresión que está presente en todos los términos de la expresión. De todas las formas de factorizar una expresión esta es sin duda las más sencilla y en los ejemplos lo veremos.

Ejemplo N° 1
¿Cuál es el factor común en polinomio en 56x + 2x - 25x

Si observamos bien la expresión la "X" está presente en todos los termino por ello podemos decir que la "X" es el factor común y procederemos a factorizar, una forma sencilla de hacerlo es sacar a la X para que esta multiplique a cada termino, a continuación, lo veremos más a detalle:

X (56+ 2 - 25)

Si resolvemos esta multiplicación podremos darnos cuenta de que el resultado será la primera expresión, es así como queda factorizada el ejercicio número uno.

Ejemplo N° 2
¿Cuál es el factor común monomio en 12x + 18y - 24z?
Este ejemplo es un poco más difícil, ya que a simple vista debido a que ninguna letra es igual. Sin embargo, si observamos bien veremos que el 6 es el máximo común divisor de los tres números y por ello este sería el factor común y la expresión nos quedaría factorizada de la siguiente manera

6 (2x + 3y - 4z)

Ejemplo N° 3
¿Cuál es el factor común monomio en: 10a - 25ab - 10 ac
El factor común entre los coeficientes es 5 ya que este es el máximo común divisor de los tres y entre las literales es factor que es común es "a". Por ello el factor común de seria 5a y nuestra expresión factorizada quedaría de la siguiente manera

5a (2 – 5b – 2c)

CASO II.
EL FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS

Es un método de factorización que se utiliza para descomponer polinomios de segundo grado (trinomios) que no son cuadrados perfectos. Este método se basa en agrupar los términos del polinomio de forma estratégica para encontrar dos binomios que tengan un factor común.

Pasos para factorizar por agrupación de términos:

1. **Reorganizar los términos:** Si es necesario, reorganiza los términos del polinomio para que el coeficiente del término x^2 sea positivo.
2. **Encontrar dos valores:** Busca dos valores, **a** y **b**, que cumplan las siguientes condiciones:
   - **a + b** es igual al coeficiente del término x.
   - **a * b** es igual al producto del coeficiente del término constante y el coeficiente del término x^2.
3. **Agrupar los términos:** Agrupa los términos del polinomio de la siguiente manera:
   - (x^2 + ax) + (bx + b)
4. **Factorizar cada grupo:** Factoriza un factor común de cada grupo.
5. **Encontrar el factor común:** Busca el factor común entre los dos factores obtenidos en el paso 4.
6. **Escribir la expresión factorizada:** La expresión factorizada será el producto del factor común encontrado en el paso 5 y un binomio formado por la suma ambos valores encontrados en el paso 2.

Ejemplo:

Factorizar la expresión: 3x^2 + 11x + 4

Solución:

1. **Reorganizar los términos:** No es necesario reorganizar los términos en este caso.
2. **Encontrar dos valores:**
   - a + b = 11 (coeficiente del término x)
   - a * b = 3 * 4 = 12 (producto del coeficiente del término constante y el coeficiente del término x^2)

Los valores que cumplen estas condiciones son a = 4 y b = 3.

3. **Agrupar los términos:**
   - (3x^2 + 4x) + (3x + 4)
4. **Factorizar cada grupo:**
   - 3x(x + 4) + 1(x + 4)
5. **Encontrar el factor común:** El factor común entre 3x y 1 es

(x + 4).

6. **Escribir la expresión factorizada:**

(x + 4)(3x + 1)

Resultado:

La expresión factorizada es **$(x + 4)(3x + 1)$**.

CASO III: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Un trinomio cuadrado perfecto es un polinomio de tres términos que se puede obtener elevando al cuadrado un binomio. En otras palabras, es un trinomio de la forma:

$a^2 + 2ab + b^2$

Donde a y b pueden ser cualquier número real o expresión algebraica.

Características de un trinomio cuadrado perfecto:

El primer término es el cuadrado de la primera parte del binomio.
El segundo término es el doble del producto de la primera parte del binomio por la segunda parte.
El tercer término es el cuadrado de la segunda parte del binomio.
Ejemplos de trinomios cuadrados perfectos:

$9x^2 + 12x + 4$: Este trinomio es el cuadrado de $(3x + 2)$, ya que:

$(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

$16y^2 - 40y + 25$: Este trinomio es el cuadrado de $(4y - 5)$, ya que:

$(4y - 5)^2 = 16y^2 - 40y + 25$
$x^2 + 2x + 1$: Este trinomio es el cuadrado de $(x + 1)$, ya que:

$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
Cómo factorizar un trinomio cuadrado perfecto:

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, se deben seguir estos pasos:

Identificar el trinomio cuadrado perfecto: Compara el trinomio con la forma general de un trinomio cuadrado perfecto ($a^2 + 2ab + b^2$) para ver si coincide.

Encontrar la primera parte del binomio: La primera parte del binomio es la raíz cuadrada del primer término del trinomio.

Encontrar la segunda parte del binomio: La segunda parte del binomio es la mitad del segundo término del trinomio dividida por la primera parte del binomio.

Escribir el binomio: Escribe el binomio formado por la primera parte y la segunda parte del binomio que encontraste.

Elevar el binomio al cuadrado: Eleva el binomio al cuadrado para obtener el trinomio cuadrado perfecto original.

Ejemplo:

Factorizar el trinomio $25x^2 + 20x + 4$

Solución:

Identificar el trinomio cuadrado perfecto: El trinomio coincide con la forma general de un trinomio cuadrado perfecto, ya que el primer término ($25x^2$) es el cuadrado de 5x, el segundo término (20x) es el doble del producto de 5x por 2, y el tercer término (4) es el cuadrado de 2.

Encontrar la primera parte del binomio: La primera parte del binomio es la raíz cuadrada del primer término, que es 5x.

Encontrar la segunda parte del binomio: La segunda parte del binomio es la mitad del segundo término dividida por la primera parte del binomio, lo que es $(20x) / (2 * 5x) = 2$.

Escribir el binomio: El binomio formado por la primera parte y la segunda parte del binomio es $(5x + 2)$.

Elevar el binomio al cuadrado: Al elevar el binomio $(5x + 2)$ al cuadrado, se obtiene el trinomio cuadrado perfecto original:

$$(5x + 2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$$

Resultado:

El trinomio $25x^2 + 20x + 4$ se puede factorizar como $(5x + 2)^2$

CASO IV:
DIFERENCIA DE CUADRADOS

La diferencia de cuadrados es un caso de factorización que se aplica cuando una expresión algebraica es la resta de dos cuadrados. La diferencia de dos cuadrados se factoriza como el producto de la suma y la diferencia de las bases de los cuadrados.

En otras palabras, la diferencia de cuadrados se puede expresar como:

$$(a + b)(a - b)$$

Donde a y b pueden ser cualquier

número real o expresión algebraica.

Ejemplo:

Factorizar la expresión $25x^2 - 9$

Solución:

La expresión $25x^2 - 9$ es la diferencia de los cuadrados de $5x$ y 3, ya que:

$5x^2 = (5x)^2$
$9 = (3)^2$

Por lo tanto, se puede factorizar de la siguiente manera:

$(5x + 3)(5x - 3)$

Características de la diferencia de cuadrados:

El primer término es el cuadrado de la primera base.
El segundo término es lo opuesto a un producto doble de las bases.
El tercer término es el cuadrado de la segunda base.
Pasos para factorizar una diferencia de cuadrados:

Identificar la diferencia de cuadrados: Compara la expresión con la forma general de una diferencia de cuadrados $(a^2 - b^2)$ para ver si coincide.

Encontrar las bases de los cuadrados: La primera base es la raíz cuadrada del primer término, y la segunda base es la raíz cuadrada del tercer término.

Escribir la expresión factorizada: La expresión factorizada será el producto de la suma y la diferencia de las bases de los cuadrados que encontraste.
Ejemplo:

Factorizar la expresión $16y^4 - 49z^2$

Solución:

Identificar la diferencia de cuadrados: La expresión coincide con la forma general de una diferencia de cuadrados, ya que el primer término ($16y^4$) es el cuadrado de $4y^2$, y el tercer término ($49z^2$) es el cuadrado de $7z$.

Encontrar las bases de los cuadrados: La primera base es la raíz cuadrada del primer término, que es $4y^2$, y la segunda base es la raíz cuadrada del tercer término, que es $7z$.

Escribir la expresión factorizada: La expresión factorizada será el producto de la suma y la diferencia de las bases de los cuadrados que encontraste:

$(4y^2 + 7z)(4y^2 - 7z)$

CASO V:

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

El trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción es un método de factorización que se utiliza para descomponer polinomios de segundo grado (trinomios) que no son cuadrados perfectos. Este método se basa en completar el cuadrado del término x^2 del trinomio para convertirlo en un trinomio cuadrado perfecto, y luego factorizarlo utilizando la diferencia de cuadrados.

Pasos para factorizar un trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción:

Identificar el trinomio: Asegúrate de que el polinomio que deseas factorizar sea un trinomio de segundo grado (de la forma $ax^2 + bx + c$).

Calcular el cuadrado de la mitad del coeficiente del término x: Este valor se utiliza para completar el cuadrado del término x^2. La fórmula para calcularlo es: $(b/2)^2$.

Agregar y restar el cuadrado de la mitad del coeficiente del término x: Agrega el cuadrado de la mitad del coeficiente del término x al término x^2 y al término constante del trinomio. Resta el mismo valor al término constante.

Agrupar los términos: Agrupa los términos del trinomio de la siguiente manera:

(ax^2 + bx + [cuadrado de la mitad del coeficiente del término x]) + ([cuadrado de la mitad del coeficiente del término x] - c)

Factorizar cada grupo: Factoriza cada grupo como un cuadrado perfecto.

Encontrar el factor común: Busca el factor común entre los dos factores obtenidos en el paso 5.

Escribir la expresión factorizada: La expresión factorizada será el producto del factor común encontrado en el paso 6 y un binomio formado por la suma y la diferencia de las raíces cuadradas de los dos factores obtenidos en el paso 5.

Ejemplo:

Factorizar la expresión $4x^2 + 12x + 9$

Solución:

Identificar el trinomio: El polinomio $4x^2 + 12x + 9$ es un trinomio de segundo grado.

Calcular el cuadrado de la mitad del coeficiente del término x: $(12/2)^2 = 36$.

Agregar y restar el cuadrado de la mitad del coeficiente del término x:

$(4x^2 + 12x + 36) + (36 - 9)$

$4x^2 + 12x + 36 + 27$

Agrupar los términos:

$(4x^2 + 12x + 36) + 27$

$(2x + 6)^2 + 27$

Factorizar cada grupo:

$(2x + 6)^2 + 27$

$(2x + 6)(2x + 6) + 27$

Encontrar el factor común: El factor común entre $(2x + 6)(2x + 6)$ y 27 es $(2x + 6)$.

Escribir la expresión factorizada:

$(2x + 6)(2x + 6) + 27$

$(2x + 6)(2x + 6 + 3)$

$(2x + 6)(2x + 9)$

Resultado:

La expresión $4x^2 + 12x + 9$ se puede factorizar como $(2x + 6)(2x + 9)$.

CASO VI:

TRINOMIO DE LA FORMA $Ax^2+bx + c$

El sexto caso de factorización, también conocido como factorización de trinomios de la forma **$Ax^2 + bx + c$**, es un método utilizado para descomponer polinomios cuadráticos (trinomios) que no son cuadrados perfectos. Este método se basa en agrupar los términos del trinomio de una manera específica para encontrar dos binomios que tengan un factor común.

Pasos para factorizar un trinomio usando el sexto caso de factorización:

Identificar el trinomio: Asegúrate de que el polinomio que deseas factorizar sea un trinomio cuadrático de la forma $ax^2 + bx + c$.

Encontrar dos valores: Busca dos valores, a y b, que cumplan las siguientes condiciones:

$a + b$ es igual al coeficiente del término x.

$a * b$ es igual al producto del término constante y el coeficiente del término x^2.

Agrupar los términos: Agrupa los términos del trinomio de la siguiente manera:

$(ax^2 + ax) + (bx + b)$
Factorizar cada grupo: Factoriza un factor común de cada grupo.

Encontrar el factor común: Busca el factor común entre los dos factores obtenidos en el paso 4.

Escribir la expresión factorizada: La expresión factorizada será el producto del factor común encontrado en el paso 5 y un binomio formado por la suma y la diferencia de los dos valores hallados en el punto 2.

Ejemplo:

Factorizar la expresión: $3x^2 + 11x + 4$
Solución:
Identificar el trinomio: El polinomio $3x^2 + 11x + 4$ es un trinomio cuadrático.

Encontrar dos valores:

$a + b = 11$ (coeficiente del término x)
$a * b = 3 * 4 = 12$ (producto del término constante y el coeficiente del término x^2)
Los valores que cumplen estas condiciones son $a = 4$ y $b = 3$.

Agrupar los términos:
$(3x^2 + 4x) + (3x + 4)$
Factorizar cada grupo:

$3x(x + 4) + 1(x + 4)$
Encontrar el factor común: El factor común entre 3x y 1 es $(x + 4)$.

Escribir la expresión factorizada:

$(x + 4)(3x + 1)$

Resultado:

La expresión $3x^2 + 11x + 4$ se puede factorizar como $(x + 4)(3x + 1)$.

CASO VII: TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

Un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ es un polinomio cuadrático compuesto por tres términos, donde el primer término es un cuadrado perfecto de x, el segundo término es una variable lineal acompañada de un coeficiente (b) llamado coeficiente lineal y el tercer término es una constante independiente (c).

Este trinomio da el resultado del producto notable de dos binomios con un término común. Para resolver la factorización seguimos los siguientes pasos:

Se deben hallar dos números cuyo producto sea igual al término independiente (c) y cuya suma sea el valor del coeficiente del segundo término (b).
Se calcula la raíz cuadrada del primer término.
Escribimos dos pares de paréntesis, en ambos se refleja el resultado de la raíz cuadrada.
Por último, escribimos en cada paréntesis los números obtenidos en el paso 1; un valor por paréntesis, separados por el signo correspondiente para que conforme el valor del segundo término.

Ejemplo de factorización de un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$
Consideremos el trinomio: $4x^2 + 12x + 9$

Paso 1: Identificar los coeficientes:

En la expresión $4x^2 + 12x + 9$, podemos identificar los siguientes coeficientes:

a: 4 (coeficiente del término x^2)
b: 12 (coeficiente del término x)
c: 9 (término constante)
Paso 2: Encontrar dos valores que cumplan las condiciones:

Buscamos dos valores, m y n, que satisfagan las siguientes condiciones:

$m + n = b$: $12 = m + n$
$m * n = ac$: $4 * 9 = m * n$
Solución:

En este caso, podemos encontrar los valores m y n de la siguiente manera:

$m + n = 12$: $12 = 6 + 6$ ($m = 6$ y $n = 6$)
$m * n = ac$: $36 = 6 * 6$ ($m = 6$ y $n = 6$)
Paso 3: Agrupar los términos:

Agrupamos los términos del trinomio de la siguiente manera:

$(4x^2 + 6x) + (6x + 9)$

Paso 4: Factorizar cada grupo:

Factorizamos un factor común de cada grupo:

$x(4x + 6) + 3(4x + 6)$

Paso 5: Encontrar el factor común:
Identificamos el factor común entre los dos grupos factorizados:

$(4x + 6)$

Paso 6: Escribir la expresión factorizada:

La expresión factorizada del trinomio 4x^2 + 12x + 9 es:

(4x + 6)(x + 3)

Explicación:

La expresión factorizada se obtiene al agrupar los términos del trinomio de una manera estratégica para encontrar dos binomios que tengan un factor común. Al factorizar cada grupo y encontrar el factor común, obtenemos la descomposición completa del trinomio.

CASO VIII
CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

Debemos recordar que los productos notables nos dicen:

(a b) ^ 3 = a^2 3a^2 b^ 3 a b^2 b^3 y (a-b) ^3 = a^2-3a^ 2 b^3ab^2 - b^3

La fórmula anterior indica que para que una expresión algebraica ordene la parte literal de una expresión cúbica binomial, debe satisfacer las siguientes condiciones:

1. Son cuatro términos.
2. Sean cubos perfectos el primer y el último término.
3. Sea el segundo término aproximadamente tres veces la raíz cuadrada del primer cubo multiplicada por la raíz cúbica del último término.
4. El tercer término es tres veces la primera raíz cúbica multiplicada por la raíz cúbica de la raíz cuadrada del último término.

Si todos los términos de una expresión algebraica son positivos, la respuesta a la expresión dada será la suma de las raíces cúbicas de su primer y último término, si la expresión es positiva y negativa, la expresión será la diferencia entre estas raíces.

Ejemplo 1:

a3 + 3a2 + 3a + 1Raíz cúbica de a3 = a
Raíz cúbica de 1 = 1
Segundo término= 3(a)2(1) = 3a2
Tercer término = 3(a)(1)2 = 3a

R: (a + 1)3

Ejemplo 2:

64x9 – 125y12 – 240x6y4 + 300x3y864x9 – 240x6y4 + 300x3y8 – 125y12

Raíz cúbica de 64x9 = 4x3

Raíz cúbica de 125y12 = 5y4

Segundo término= 3(4x3)2(5y4) = 240x6y4

Tercer término = 3(4x3)(5y4)2 = 300x3y8

R: (4x3 – 5y4)3

Ejemplo 3:

125x12 + 600x8y5 + 960x4y10 + 512y15Raíz cúbica de 125x12 = 5x4

Raíz cúbica de 512y15 =8y5

Segundo término= 3(5x4)2(8y5) =600x8y5

Tercer término = 3(5x4)(8y5)2 =960x4y10

R: (5x4 + 8y5)3

CASO IX
SUMA O DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

Pasos para resolver el ejercicio:

1. Descomponer en dos factores.
2. En el primer factor, escribe la suma o diferencia de las raíces cúbicas de los dos términos, respectivamente.
3. En el segundo factor, escribe la raíz del término del primer cuadrado, comenzando con el signo menos y luego comenzando con su signo variable (si es suma de cubos) o signo más (si es diferencia de cubos). el producto de la primera raíz y la segunda raíz más el cuadrado de la segunda raíz.

La ecuación (1) nos dice:

Regla 1

La suma de dos dados perfectos se puede contar en dos factores:

1. La suma de sus raíces cúbicas.
2. El cuadrado de la primera raíz menos el producto de dos raíces más el cuadrado de la segunda raíz.

a3 b3 =(a b) (a2-ab b2)

La ecuación (2) nos dice:

Regla 2.

La diferencia entre dos dados perfectos se puede dividir en dos factores:

1. La diferencia entre sus raíces cúbicas.
2. Suma el cuadrado de la primera raíz más el cuadrado de la segunda raíz.

Seleccione el nivel de paráfrasis

a3 - b3 =(a-b) (a2+ab+b2)

Ejemplo 1:

1 + a3 (1 + a) (12 – 1(a) +(a)2)

R:(1 + a) (1 – a + a2)

Ejemplo 2:

x3 – 27

(x – 3) ((x)2 + (x)3 + (3)2)

R: (x – 3) (x2 + 3x + 9)

Ejemplo 3:

x6 – 8y12

(x2 – 2y4) ((x2)2 + (x2)(2y4) + (2y4)2)

R: (x2 – 2y4) (x4 + 2x2 y4 + 4y8)

CASO X

SUMA O DIFERENCIA DE DOS POTENCIAS IGUALES

Procedimiento:

Aplican los siguientes criterios:

Criterios de divisibilidad de expresiones de la forma an + - bn

Criterio 1: an – bn es divisible por a - b siendo n par o impar

Criterio 2: an – bn es divisible por a + b siendo n impar

Criterio 3: an – bn es divisible por a + b siendo n es par

Criterio 4: an + bn nunca es divisible por a - b

Procesos para resolver la suma de dos potencias iguales

Factorar: x5 +32

1.- Encontramos la raíz quinta de los términos:

Raíz quinta de x5 = x; raíz quinta de 32 = 2

2.- Formamos el primer factor con las raíces: (x +2)

3.- Formamos el segundo factor:

(x4 – x3(2) +x2(2)2 – x (2)3 + (2)4) = (x4 – 2x3 + 4x2 – 8x + 16)

x5 +32 = (x +2) (x4 – 2x3 + 4x2 – 8x + 16)

Ejemplo 1:

a5 + 1

a5 + 1 = a4 – a3 + a2 – a + 1 a + 1

Ejemplo 2:

m7 – n7

m7 – n7 = m6 + m5n + m4n2 + m3n3 + m2n4+ mn5 + n6 m – n

Ejemplo 3:

x7 + 128

x7 + 128 = x6 – 2x5 + 4x4 – 8x3 +16x2 – 32x + 64

x + 2

EJERCICIOS RESOLVER LOS 10 CASOS DE FACTOREO APLICANDO LO APRENDIDO

Caso I: factor común: 1) $am^2 - an^2 + a^2mn$ 2) $2a^2b + 4ab^2 - 10a^3b^3$ 3) $m^2n^2 + mn^2 - 2m^2n$ 4) $14acd - 7cd + 21c^2d^2$ 5) $3a^3 - 6a^2 + 9a$	Caso II: factor común por agrupación de términos. 1) $xm + ym + xn + yn$ 2) $x^2 + xy + ax + ay$ 3) $a^2 + ab + ax + bx$ 4) $am - bm + an - bn$ 5) $ax - 2bx - 2ay + 4by$
Caso III: Trinomio cuadrado perfecto 1) $x^2 + 4x + 4 =$ 2) $x^2 - 6x + 9 =$ 3) $m^2 + 8m + 16 =$ 4) $a^2 - 14a + 49 =$ 5) $x^2 + 18x + 49 =$	Caso IV: Diferencias de cuadrados 1) $x^2 - y^2 =$ 2) $m^2 - n^2 =$ 3) $a^2 - 9 =$ 4) $16 - b^2 =$ 5) $a^2 - 1 =$
Caso V: Trinomio cuadrado perfecto por Adición y sustracción a) $a^4 + a^2 + 1$ b) $m^4 + m^2n^2 + n^4$ c) $x^8 + 3x^4 + 4$ d) $a^4 + 2a^2 + 9$ e) $a^4 - 3a^2b^2 + b^4$	Caso VI: Trinomio de la forma $X^2 + BX + C$ 1) $x^2 + 7x + 10 =$ 2) $x^2 - 5x + 6 =$ 3) $a^2 + 4a + 3 =$ 4) $y^2 - 9y + 20 =$ 5) $x^2 - 6 - x =$
Caso VII: Trinomio de la forma $AX^2 + BX + C$ a) $2x^2 + 3x - 2$ b) $3x^2 - 5x - 2$ c) $6x^2 + 7x + 2$ d) $5x^2 + 13x - 6$ e) $6x^2 - 5x - 6$	Caso VII: Cubo perfecto de binomios a) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ b) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$ c) $-x^3 - 75x - 15x^2 - 125$ d) $64x^3 + 144x^2 + 108x + 27$ e) $a^3b^3 + 3a^2b^2x + 3abx^2 + x^3$
Caso IX: Suma o diferencia de cubos perfectos 1) $x^3 + y^3 =$ 2) $x^3 + 1 =$ 3) $x^3 - 8 =$ 4) $a^3 - 1 =$ 5) $y^3 - 27 =$	Caso X: suma o diferencia de dos potencias iguales 1. $m^7 - n^7$ 2. $a^5 + 243$ 3. $32 - m^5$ 4. $1 + 243x^5$ 5 $243 - 32b^5$

CUESTIONARIO

Capítulo I

I. Resolver cada suma por diferencia o Binomio Conjugado

1. $(x-2)(x+2)$
2. $(a+3)(a-3)$
3. $(2x-5)(2x+5)$
4. $(3x+2)(3x-2)$
5. $(3x+y)(3x-y)$
6. $(5x-2)(5x+2)$
7. $(7a-b)(7a+b)$
8. $(5x+10y)(5x-10y)$
9. $(5x^2-3)(5x^2+3)$
10. $(7a^2+2b^3)(7a^2-2b^3)$

II. Resolver cada cuadrado de binomio Y Cubo

1. $(x+4)^2$
2. $(3x+2)^2$
3. $(a+1)^3$
4. $(p+5q)^2$
5. $(a+2b)^3$
6. $(x-5)^3$
7. $(5x+3y)^2$
8. $(a-3b)^3$
9. $(6-x)^3$
10. $(6x-5y)^2$
11. $(x^2-5)^3$
12. $(3a^3+x^2)^3$

III. En cada producto notable, encontrar el error o los errores

1. $(x-7)(x+7)=x^2+49$
2. $(x-8)^2=x^2+16x-64$
3. $(x+6)^2=x^2+6x+36$
4. $(4x+2)(4x-2)=4x^2-4$
5. $(a-9)^2=a^2-18a+18$
6. $(5x-2)(5x-2)=25x^2-4$
7. $(2x+12)^2=4x^2+24x+144$
8. $(2x+3y)(3x+2y)=6x^2+6y^2$
9. $(x+5)(x-7)=x^2-12x-35$
10. $(5a+3b)(3a-5b)=15a^2-15b^2$
11. $(x+3)^3=x^3+9x-27+27$
12. $(x-1)^3=x^3-x^2+x+1$
13. $\left(\frac{1}{2}x+4\right)^2=\frac{1}{4}x^2+8x+16$
14. $(x+3)^3=x^3+9x-27x+27$

02

ECUACIONES

CAPITULO II

ECUACIONES

OBJETIVO:

Desarrollar la capacidad de

razonamiento lógico para que el estudiante incorpore y sepa utilizar las herramientas brindadas por el análisis matemático en la resolución de situaciones problemáticas de carácter cuantitativo de la vida real, vinculadas a la administración.

ECUACIONES

El estudiante será capaz de aplicar los diferentes métodos y procedimientos para resolver las ecuaciones del análisis matemático, interpretando sus soluciones.

$$15\,a^2b^3c^5$$

$$100m^7n^3p + 2m^6n^4p$$

$$-3x^2y^4z^3$$

Repaso de expresiones algebraicas.

El álgebra elemental es la parte de la matemática que trata del cálculo con símbolos literales y con operaciones abstractas que generalizan las Cuatro operaciones fundamentales y las letras del abecedario en español, con éstos, se efectúan las mismas operaciones que en Aritmética, es decir: +, - , x,÷.

Definición. - Es la combinación de símbolos (números y letras), a través de lasdiferentes operaciones fundamentales. Los términos de la expresión algebraica corresponden a cada una de sus partes, las cuales están separadas entre sí por los signos + o -.

Ejemplo.

En todo término se distingue el coeficiente numérico y el factor literal. En el término

$-5\ x^2y^3z^4$, -5 es el coeficiente numérico, $x^2y^3z^4$ es el factorliteral. En el factor literal, los números que se colocan en la parte superior derecha de las letras se llaman exponentes e indican el número de veces que se toman dichas letras como factores.

Si la expresión algebraica tiene un solo término se denomina **monomio**, si tiene dos términos se denomina **binomio**, si tiene tres términos se denomina **trinomio**. Si la expresión algebraica tiene en generalmás de un término, se denomina **polinomio.**

Se denominan términos semejantes a aquellos que tienen el mismo factor literal. Al reducir términos semejantes queremos reemplazar a todos ellos por uno solo.

Reducción de términos semejantes

Los términos $5x^2y$, $-3x^2y$, $10x^2y$ y $6x^2y$ son semejantes. Una expresión algebraica que resulta al considerar todos los términos es $5x^2y - 3x^2y + 10x^2y + 6x^2y$. Al reducirla, el resultado es $18x^2y$.

Cuando se trabaja con expresiones algebraicas, es importante considerar que las letras representan números reales, por lo tanto, deben ser tratadas como tales y pueden ser reemplazadas por números reales u otras expresiones algebraicas.

Ecuaciones.

Definición. - Una ecuación es una proposición que indica que dos expresiones son iguales. Las dos expresiones que conforman una ecuación son llamadas sus lados o miembros, y están separadas por el signo de igualdad "=".

Ejemplo:

a. $x + 2 = 3.$ b. $x^2 + 3x + 2 = 0.$

c. $\frac{y}{y-4} = 6.$ d. $w = 7 - z.$

En el ejemplo 1 cada ecuación contiene almenos una variable. Una variable es un símboloque puede ser reemplazado por número cualquiera de un conjunto de números un diferentes. Los símbolos más comunes para las variables son las últimas letras del alfabeto, x, y, z,w y t. De aquí que se diga de (a) y (c) que son ecuaciones en las variables x y y, respectivamente. Laecuación (d) es unaecuación en las variables w y z. En la ecuación x+2=3, los números 2 y 3 se conocen como constantes, ya que son números fijos.

Resolver una ecuación significa encontrar todos los valores de sus variables para los cualesla ecuación es verdadera. Estos valores se conocen como soluciones de la ecuación y se dice que satisfacen la ecuación. Cuando sólo está implicada una varia ble, una solución también se conoce como raíz. Al conjunto de todas las soluciones se le llama conjunto solución de la ecuación. En ocasiones,a una letra que representa una cantidad desconocida en una ecuación se le denomina incógnita (o indeterminada).

Ecuaciones lineales

Los principios presentados hasta aquí sedemostrarán ahora en la solución de una ecuación lineal.

Definición

Una ecuación lineal en la variable x es una ecuación que puede escribirse en la forma.

ax + b = 0,

Donde **a** y **b** son constantes y **a** ≠ **0**

Una ecuación lineal también se conoce como ecuación de primer grado o ecuación de grado uno, ya que la potencia más alta de la variable que aparece en la ecuación (1) es la primera.

$$
\begin{aligned}
4 \cdot \frac{7x+3}{2} - 4 \cdot \frac{9x-8}{4} &= 24 \\
2(7x+3) - (9x-8) &= 24 \\
14x + 6 - 9x + 8 &= 24 \\
5x + 14 &= 24 \\
5x &= 10 \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

en un lado de la ecuación,como lo muestran los ejemplos siguientes:

Resolución de una ecuación lineal

Ejemplo 1: *Resolver:* **5x - 6 = 3**

Solución: empezamos por dejar los términos que incluyen a x en un lado y las constantes en el otro. Entonces despejamos x por medio de las operaciones matemáticas adecuadas. Tenemos

5x − 3x = 6

2x = 6

x = 3

Ejemplo 2: Resolver:

2(p + 4) = 7p + 2

Solución: primero quitamos los paréntesis. Después agrupamos los términos semejantes y resolvemos. Tenemos

2p + 8 = 7p + 2

2p − 7p = 2 − 8

−5p = −6

$p = \frac{-6}{-5}$

$p = \frac{6}{5}$

Ejemplo 3:

Resolver: **Solución**: primero eliminamos fracciones multiplicando ambos lados de la ecuación por el mínimo común denominador (MCD), que es 4. Después efectuamos varias operaciones algebraicas para obtener una solución.

Resolver las siguientes ecuaciones

Ecuaciones cuadráticas

Para aprender cómo resolver problemas más complejos, pasemos a los métodos de solución de *ecuaciones cuadráticas*.

Definición.- Una ecuación cuadrática en la variable x es una ecuaciónque puede escribirse en la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Método de factorización

Donde a, b y c, son constantes y a

1. $7 + \frac{4x}{9} = \frac{x}{2}$.
2. $\frac{x}{3} - 4 = \frac{x}{5}$.
3. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 7.$
4. $3x + \frac{x}{5} - 5 = \frac{1}{5} + 5x.$
5. $\frac{2y-3}{4} = \frac{6y+7}{3}$.
6. $\frac{p}{3} + \frac{3}{4}p = \frac{9}{2}(p-1).$
7. $\frac{7+2(x+1)}{3} = \frac{6x}{5}$.
8. $\frac{x+2}{3} - \frac{2-x}{6} = x - 2.$
9. $\frac{9}{5}(3-x) = \frac{3}{4}(x-3).$

1 . $\frac{2y-7}{3} + \frac{8y-9}{14} = \frac{3y-5}{21}$.

≠ 0.

Solución por factorización

Un método útil para resolver ecuaciones cuadráticas se basa en la factorización, como lo muestran los ejemplos siguientes.

EJEMPLO 1 Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización

a. *Resolver* $x^2 + x - 12 = 0$.

Solución: el lado izquierdo se factoriza con facilidad:

$$(x-3)(x+4) = 0.$$

Piense en esto como dos cantidades, $x - 3$ y $x + 4$, cuyo producto es cero. **Siempre que el producto de dos o más números sea *cero*, entonces, al menos uno de los números *debe* ser cero.** Esto significa que

$$x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x + 4 = 0.$$

Resolviendo éstas tenemos $x = 3$ y $x = -4$. Por tanto, la raíces de la ecuación original son 3 y –4, y el conjunto solución es $\{3, -4\}$.

b. *Resolver* $6w^2 = 5w$.

Solución: escribimos la ecuación como

$$6w^2 - 5w = 0,$$

de modo que un miembro sea 0. Factorizando nos da

$$w(6w - 5) = 0.$$

Haciendo cada factor igual a cero, tenemos

$$w = 0 \qquad \text{o} \qquad 6w - 5 = 0.$$
$$6w = 5.$$

Por tanto, las raíces son $w = 0$ y $w = \frac{5}{6}$. Observe que si hubiésemos dividido ambos miembros de $6w^2 = 5w$ *entre* w y obtenido $6w = 5$, nuestra única solución sería $w = \frac{5}{6}$. Esto es, se habría perdido la raíz $w = 0$. Esto confirma nuestro estudio de la operación 5 en la sección 1.1.

EJEMPLO 2 Resolución de una ecuación cuadrática por factorización

Resolver $(3x - 4)(x + 1) = -2$.

Advertencia Usted debe abordar un problema como éste con cuidado. Si el producto de dos cantidades es igual a -2, no es verdadero que al menos una de las dos cantidades debe ser -2. ¿Por qué? **No** debe tomar cada factor igual a -2; al hacerlo así no obtendrá soluciones de la ecuación dada.

Solución: primero multiplicamos los factores del miembro izquierdo:

$$3x^2 - x - 4 = -2.$$

Al reescribirla de modo que 0 aparezca en un miembro, tenemos

$$3x^2 - x - 2 = 0,$$
$$(3x + 2)(x - 1) = 0,$$
$$x = -\frac{2}{3}, 1.$$

Ejemplo 3:

Sea $Re = \mathbb{R}$ y $p(x): x^2 + 5x - 6 = 0$, determine $Ap(x)$.

Solución:

$x^2 + 5x - 6 = 0$

$(x + 6)(x - 1) = 0$

$(x + 6 = 0) \vee (x - 1 = 0)$

$(x = -6) \vee (x = 1)$

Comprobando, tenemos que:

$p(-6) : (-6)^2 + 5(-6) - 6 = 36 - 30 - 6 = 0$

$p(1) : (1)^2 + 5(1) - 6 = 1 + 5 - 6 = 0$

En consecuencia, $Ap(x) = \{-6, 1\}$.

Método de la fórmula general

Fórmula cuadrática

L *Resolver* $4x^2 - 17x + 15 = 0$ *mediante la fórmula cuadrática.*

sc *Solución:* aquí $a = 4$, $b = -17$ y $c = 15$. Por tanto,

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4(4)(15)}}{2(4)}$$

$$= \frac{17 \pm \sqrt{49}}{8} = \frac{17 \pm 7}{8}.$$

Las raíces son $\frac{17 + 7}{8} = \frac{24}{8} = 3$ y $\frac{17 - 7}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\Delta = b^2 - 4ac$ (Discriminante)

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \vee \quad x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Una ecuación cuadrática con una raíz real.

Interpretación del discriminante de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ in

- Si el discriminante es mayor que cero, existen dos soluciones reales y diferentes.
- Si el discriminante es igual a cero, hay una solución real duplicada.
- Si el discriminante es menor que cero, no existe solución real.

Una ecuación cuadrática con dos raíces reales.

Ejemplo 1:

Resolver $2 + 6\sqrt{2}y + 9y^2 = 0$ *por medio de la fórmula cuadrática.*

Solución: vea el acomodo de los términos. Aquí $a = 9, b = 6\sqrt{2}$, y $c = 2$. Por lo que,

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-6\sqrt{2} \pm \sqrt{0}}{2(9)}.$$

Así,

$$y = \frac{-6\sqrt{2} + 0}{18} = -\frac{\sqrt{2}}{3} \qquad \text{o} \qquad y = \frac{-6\sqrt{2} - 0}{18} = -\frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Por tanto, la única raíz es $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Ejemplo 3:

Resolver por medio de la fórmula cuadrática $z^2 + z + 1 = 0$.
Solución: aquí $a = 1, b = 1$ y $c = 1$. Las raíces son

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}.$$

Ahora $\sqrt{-3}$ denota un número cuyo cuadrado es -3. Sin embargo, no existe tal número real, ya que el cuadrado de cualquier número real es no negativo. Entonces la ecuación no tiene raíces reales.[6]

CUESTIONARIO

Capítulo II

RESUELVE UTILIZANDO LOS MÉTODOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Ejercicio nº 1.-

a) **Resuelve por sustitución:**

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ -3x + 3y = 5 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 4x + 3y = 14 \end{cases}$$

Ejercicio nº 2.-

a) **Resuelve por igualación:**

$$\begin{cases} 5x - 2y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -2x + 4y = -12 \end{cases}$$

Ejercicio nº 3.-

a) **Resuelve por sustitución:**

$$\begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} 4x + 6y = 2 \\ 6x + 5y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 4.-

a) **Resuelve por sustitución:**

$$\begin{cases} -2x + 3y = 14 \\ 3x - y = -14 \end{cases}$$

b) **Resuelve por igualación:**

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ -6x + 12y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 5.-

a) **Resuelve por igualación:**

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ 2x - 3y = 12 \end{cases}$$

b) **Resuelve por reducción:**

$$\begin{cases} -2x + 4y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO
1994

03

INECUACIONES

¿Qué son los intervalos?

Un intervalo es un conjunto de números reales que se encuentran entre dos valores específicos, llamados extremos del intervalo. Estos extremos pueden estar incluidos o excluidos del intervalo, dependiendo si el intervalo es cerrado, abierto o semiabierto.

Operaciones con intervalos

Las operaciones más comunes con intervalos son:

Unión (∪): La unión de dos intervalos es el conjunto de todos los números que pertenecen a uno o a ambos intervalos. Se representa gráficamente como la combinación de ambos intervalos en una recta numérica.

Intersección (∩): La intersección de dos intervalos es el conjunto de todos **Complemento:** El complemento de un intervalo es el conjunto de todos los números reales que no pertenecen al intervalo original.

Ejemplos:

Consideremos los siguientes intervalos:

A = [2, 5] (intervalo cerrado, incluye a 2 y 5)

B = (3, 7) (intervalo abierto, no incluye a 3 ni a 7)

Unión: A ∪ B = [2, 7)

3, 5]

Complemento de A: A' = (-∞, 2) ∪ (5, +∞)

Intervalos

TIPOS DE INTERVALOS	INTER VALOS	NOT ACIÓN ALGEBRAICA CONJUNTO	REPRESENT ACIÓN GRÁFICA	CONJUNTO SOLUCIÓN
Cerrado	[-4;+3)	$\{x \in R / -3 \le x \le 7\}$	-4 3	X={-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6, 7}
Semiabierto	(-5;2]	$\{x \in R / -5 < x \le 2\}$	-5 2	X={-4,-3,-2,-1 ,0,1,2}
No acotadoso infinitos	[5;+ ∞)	$\{x \in R / x \ge 5\}$		X={5,6,7,... }
	$(-\infty;+2)$	$\{x \in R / x < +2\}$		X={...,- 1,0,1 }

TIPOS DE INTERVALO	NOTACIÓN	CONJUNTO	REPRESENTACIÓN GRÁFICA
Cerrado	$[-3;2]$	$\{x \in R / -3 \le x \le 2\}$	-3 2
Abierto	$]-3;2[$	$\{x \in R / -3 < x < 2\}$	-3 2
Semiabierto	$[-3;2[$	$\{x \in R / -3 \le x < 2\}$	-3 2
	$]-3;2]$	$\{x \in R / -3 < x \le 2\}$	-3 2
No acotados o infinitos	$[-3;\infty[$	$\{x \in R / x \ge -3\}$	-3 ∞
	$]-3;\infty[$	$\{x \in R / x > -3\}$	-3 ∞
	$]-\infty;2]$	$\{x \in R / x \le 2\}$	−∞ 2
	$]-\infty;2[$	$\{x \in R / x < 2\}$	−∞ 2

DESIGUALDADES

Las desigualdades o inecuaciones son expresiones matemáticas que establecen una relación de desiguales entre dos cantidades. A diferencia de una ecuación, que tiene un signo igual (=), una desigualdad utiliza signos de comparación como mayor que (>), menor que (<), mayor o igual que (≥), y menor o igual que (≤).

Tipos de desigualdades:

Desigualdades lineales: Estas involucran variables elevadas a la potencia uno y pueden representarse en la forma general (ax + b > c), donde (a), (b) y (c) son constantes.

Desigualdades cuadráticas: Estas son de la forma (ax^2 + bx + c > 0) y pueden representar parábolas.

Desigualdades racionales: Involucran fracciones y se presentan en formas como (\frac{p(x)}{q(x)} > 0), donde (p(x)) y (q(x)) son polinomios.

¿Cómo resolver desigualdades lineales?

La resolución de desigualdades lineales es muy similar a la resolución de ecuaciones lineales, con una pequeña diferencia: al multiplicar o dividir ambos lados de una desigualdad por un número negativo, el sentido de la desigualdad se invierte.

Pasos generales:

Simplifica: Combina términos semejantes en ambos lados de la desigualdad.

Aísla la variable: Realiza las mismas operaciones en ambos lados de la desigualdad para dejar la variable sola en un lado.

Invierte el sentido de la desigualdad (si es necesario): Si multiplicas o divides ambos lados por un número negativo, cambia el signo de desigualdad (< se convierte en >, y viceversa).

Ejemplo:

Resuelve la desigualdad $2x + 3 < 7$

Resta 3 a ambos lados: $2x < 4$

Divide ambos lados por 2: $x < 2$

La solución es el conjunto de todos los números menores que 2. Se puede representar en una recta numérica o en notación de intervalos:

Notación de intervalos: (-∞, 2)

Ejercicios RESUELVE EN CLASE:

- $2x + 5 > 13$
- $3 - 4y \leq 7$
- $-2x + 1 \geq 9$
- $5(x - 2) < 3x + 4$
- $-(2x - 3) > x + 6$

EJEMPLO 2 Resolución de una desigualdad lineal

Resolver $3 - 2x \leq 6$.

Solución:

$$
\begin{aligned}
3 - 2x &\leq 6, & \\
-2x &\leq 3 & \text{(Regla 1)}, \\
x &\geq -\frac{3}{2} & \text{(Regla 3)}.
\end{aligned}
$$

La solución es $x \geq -\frac{3}{2}$, o, en notación de intervalo, $[-\frac{3}{2}, \infty)$. Esto se representa geométricamente en la figura 2.14.

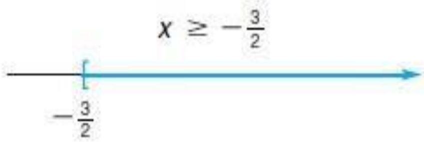


FIGURA 2.14 El intervalo $(-\frac{3}{2}, \infty)$.

EJEMPLO 3 Resolución de una desigualdad lineal

Resolver $\frac{3}{2}(s - 2) + 1 > -2(s - 4)$.

Solución:

$$\begin{aligned} \tfrac{3}{2}(s - 2) + 1 &> -2(s - 4), \\ 2[\tfrac{3}{2}(s - 2) + 1] &> 2[-2(s - 4)] && \text{(Regla 2)}, \\ 3(s - 2) + 2 &> -4(s - 4), \\ 3s - 4 &> -4s + 16, \\ 7s &> 20 && \text{(Regla 1)}, \\ s &> \frac{20}{7} && \text{(Regla 2)}. \end{aligned}$$

La solución es $(\frac{20}{7}, \infty)$. Véase la figura 2.15.

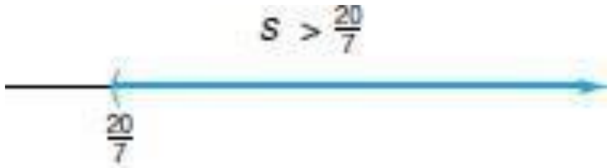


FIGURA 2.15 El intervalo $(\frac{20}{7}, \infty)$.

EJEMPLO 4 Resolución de desigualdades lineales

a. *Resolver* $2(x - 4) - 3 > 2x - 1$.

Solución:

$$\begin{aligned} 2(x - 4) - 3 &> 2x - 1, \\ 2x - 8 - 3 &> 2x - 1, \\ -11 &> -1. \end{aligned}$$

Como nunca será verdadero que $-11 > -1$, no existe solución y el conjunto solución es $\varnothing$.

b. *Resolver* $2(x - 4) -$

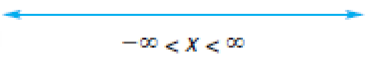


FIGURA 2.16 El intervalo $(-\infty, \infty)$.

Solución: procediend obtenemos $-11 < -1$. Esto es verdadero para todos los numeros reales x, de modo que la solución es $(-\infty, \infty)$; véase la figura 2.16.

Inecuaciones cuadráticas:

¿Qué son las inecuaciones cuadráticas?

Una inecuación cuadrática es una desigualdad donde la variable aparece elevada al cuadrado. Se representa de la forma general:

$ax^2 + bx + c > 0$

O también puede ser menor que cero, mayor o igual, o menor o igual a cero.

¿Cómo resolver inecuaciones cuadráticas?

La resolución de inecuaciones cuadráticas involucra varios pasos:

Igualar a cero: Transformamos la inecuación en una expresión igualada a cero.

Factorizar: *Factorizamos la expresión cuadrática si es posible.*

Encontrar las raíces: Determinamos los valores de x que hacen que la expresión sea igual a cero. Estas son las raíces de la ecuación cuadrática asociada.

Hacer una tabla de signos: *Construimos una tabla para analizar el signo de la expresión cuadrática en los diferentes intervalos determinados por las raíces.*

Determinar la solución: *Observando la tabla de signos, identificamos los intervalos donde la expresión cumple con la desigualdad original.*

Ejemplo

Resolvamos la siguiente inecuación:

$x^2 - 3x - 4 > 0$

Factorizamos: $(x - 4)(x + 1) > 0$

Raíces: $x = 4$ *y* $x = -1$

3. **Tabla de signos:**

Intervalo	x - 4	x + 1	(x - 4)(x + 1)
x < -1	-	-	+
-1 < x < 4	-	+	-
x > 4	+	+	+

Exportar a Hojas de cál

4. **Solución:** La inecuación es mayor que cero cuando $(x - 4)(x + 1)$ es positivo. Según la tabla, esto ocurre cuando $x < -1$ o $x > 4$.

Solución en notación de intervalos: $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$

Ejemplo Nº 01

$$x^2 - 3x - 10 > 0$$

$$(x - 5)(x + 2) > 0$$

$x - 5 = 0$ $\quad\quad$ $x + 2 = 0$

$$x = 5 \quad\quad x = -2$$

$(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$

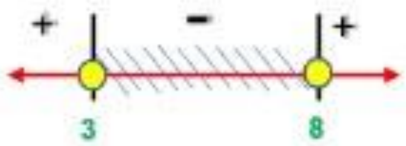
Ejemplo Nº 02

$x^2 - 11x + 24 \leq 0$

$$(x - 8)(x - 3) \leq 0$$

$x - 8 = 0$ $\quad\quad$ $x - 3 = 0$

$$x = 8 \quad\quad x = 3$$



$[\,3, 8\,]$

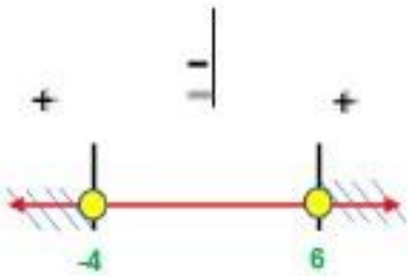
Ejemplo Nº 03

$x^2 - 2x - 24 \geq 0$

$$(x - 6)(x + 4) \geq 0$$

$x - 6 = 0$ $\quad\quad$ $x + 4 = 0$

$$x = 6 \quad\quad x = -4$$



$(-\infty, -4\,] \cup [\,6, +\infty)$

CUESTIONARIO

Capítulo III

En los problemas del 1 al 34 resuelva las desigualdades. Dé su respuesta en notación de intervalo y represéntela en forma geométrica sobre la recta de los números reales.

1. $3x > 12.$

2. $4x < -2.$

3. $4x - 13 \leq 7.$

4. $3x \geq 0.$

5. $-4x \geq 2.$

6. $2y + 1 > 0.$

7. $5 - 7s > 3.$

8. $4s - 1 < -5.$

9. $3 < 2y + 3.$

10. $6 \leq 5 - 3y.$

11. $2x - 3 \leq 4 + 7x.$

12. $-3 \geq 8(2 - x).$

13. $3(2 - 3x) > 4(1 - 4x).$

14. $8(x + 1) + 1 < 3(2x) + 1.$

15. $2(3x - 2) > 3(2x - 1).$

16. $3 - 2(x - 1) \leq 2(4 + x).$

17. $x + 2 < \sqrt{3} - x.$

18. $\sqrt{2}(x + 2) > \sqrt{8}(3 - x).$

19. $\frac{5}{6}x < 40.$

20 $\frac{2}{3}x >$ [illegible].

21. $\frac{9y + 1}{4} \leq 2y - 1$

22. [illegible] $\geq \frac{1}{3}.$

Ejercicios propuestos:

Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $5x - 1 < 7x + 9$

b) $12x + 7 \geq 3x - 2$

c) $6 - 8x + 3 \leq -9x + 7 - x$

d) $-x - 1 + 2x > 9 - 7x + 5$

e) $x - (7x - 3) < 7 - 4x - 5$

f) $2x \leq 2(x - 1)$

g) $3x + 4 \geq 3(x - 7)$

h) $x - 2(1 - x) > 7$

i) $2x + 3(1 - 2x) < x + 8$

j) $x - \frac{x}{5} \geq 30$

k) $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} < 7 + x$

l) $\frac{x}{5} - \frac{2x}{15} \geq \frac{x + 4}{3}$

m) $\frac{4x + 1}{3} \leq \frac{12x - 3}{7}$

n) $\frac{2x - 5}{12} > \frac{-x}{4} - \frac{5}{3}$

o) $\frac{x}{5} + \frac{x}{3} - 1 < \frac{x}{2}$

p) $\frac{2x + 4}{3} \geq \frac{x}{6} - 3$

q) $\frac{4x - 3}{5} - \frac{4x}{3} < \frac{2(x - 13)}{15}$

r) $\frac{4x}{15} - \frac{6x + 28}{3} \leq 0$

s) $\frac{5x + 1}{6} > 2 - \frac{2x + 1}{3}$

04

LINEAS RECTAS

LINEAS RECTAS ECUACIÓN DE LA RECTA

Ecuaciones de la recta
Ecuación General

Es una expresión de la forma **Ax + By + C**=0, donde A, B y C son números reales,además *A* y *B* no pueden ser nulos a la vez.

Los puntos de corte de la recta con losejes de coordenadas. Se obtiene de lasiguiente manera:

El corte con el eje X, el punto a: $a = -\frac{C}{A}$ Px (a,0)

El corte con el eje Y, el punto b: $b = -\frac{C}{B}$ P_y (0, b)

La pendiente de la recta (m) se calcula: $m = -\frac{A}{B}$

Ejemplo:
La recta expresada por la ecuación en su forma general: 2x-y+5=0 determinar los puntos de corte con los ejes de coordenadas y la pendiente de la recta.

Solución:

Datos: A=2 B= -1 C= 5

Puntos de corte:

$a = -\frac{C}{A} = -\frac{5}{2}$ = -2.5 P_x (-2.5, 0)

$b = -\frac{C}{B} = -\frac{5}{-1}$ = 5 P_y (0, 5)

Pendiente de la recta:

$m = -\frac{A}{B} = -\frac{2}{-1}$ = 2 m= 2

EJERCICIOS:

En las siguientes ecuaciones de la recta determinar los puntos de corte con los ejes de coordenadas y pendiente de larecta.

1) 3x -2y +8=0
2) x+4y – 8=0
3) 6x -4y – 12=0
4) 2x +2y – 10=0
5) x -3y +1=0

Ecuación Ordinaria

La ecuación ordinaria de una recta esuna expresión de la forma **y** = **mx** + **b**;donde **x, y** son variables en el plano cartesiano ; **m** es la pendiente de la recta y b es el término independiente.

Ejemplo:
Encontrar la ecuación de la recta con pendiente 4 que pasa por el punto A (3,2)

Solución:

Datos: m=4 x=3 y= 2

Ecuación de la recta: y = mx + b

Encontramos la ordenada b (termino independiente), sustituimos los datos en la ecuación y resolvemos:

y 2= 4 (2) +b
b= 2-8

b= -6
Respuesta: y= 4x - 6

EJERCICIOS:

En los siguientes ejercicios encontrar la ecuación de la recta y la pendiente según sea el caso.

1) A (2, -3) m= 6
2) B (5, 8) m= 10
3) C (1,2) D (3,4)
4) E (3, -2) F (-2, 5)
5) G (1,1) m= 3

4.1.1 Ecuación Simétrica

La ecuación simétrica o canónica de la recta es la expresión de la recta de la forma $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ en función de la intersección con los ejes x, y mediante a y b.

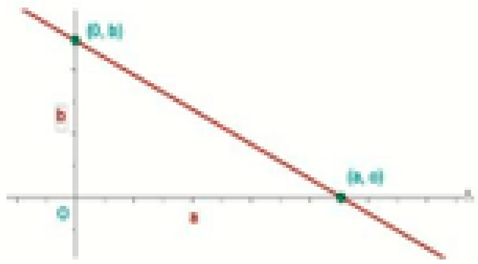


Figura 4.1.3

Si y = 0 ⇨ x = a.
Si x = 0 ⇨ y = b.

Una recta carece de la forma canónica en los siguientes casos:

a) Recta paralela a OX, que tiene de ecuación y = n
b) Recta paralela a OY, que tiene de ecuación x = k

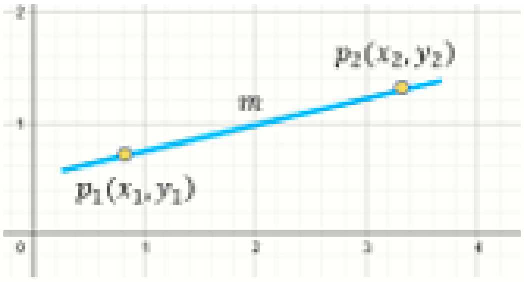


Figura 4.2

En la figura 4.2 se muestra gráficamente una ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados P_1 de coordenadas (x_1, y_1) y P_2 de coordenadas (x_2, y_2). La ecuación se determina mediante la siguiente formula:

$$y-y1=\left(\frac{y2-y1}{x2-x1}\right)(x-x1)$$

Además, se debe considerar que el denominador sea diferente de cero por lo tanto $x_1 \neq x_2$

EJEMPLOS:

Ejemplo 1:
Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (1,1) y B (4, 2)

Solución:
Datos:
x_1= 1
y_1= 1
x_2= 4
y_2= 2
Sustituimos los datos en la fórmula.

$$y-1=\left(\frac{2-1}{4-1}\right)(x-1)$$

Resolviendo las operaciones

$$y-1=\left(\frac{1}{3}\right)(x-1)$$

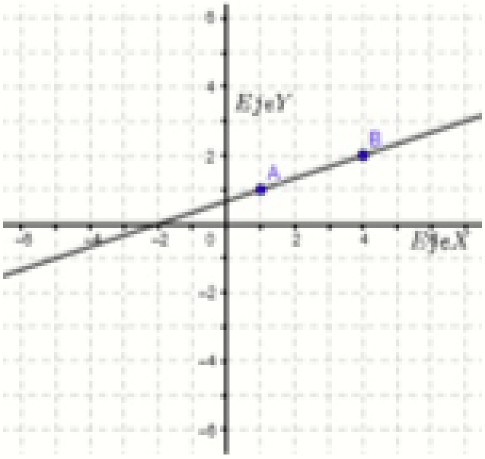
c) Recta que pasa por el origen, quetiene de

ecuación x = k
c) Recta que pasa por el origen, quetiene de ecuación y = mx.

Ecuación de la recta que pasa por dospuntos.

Simplificando
$3(y-1)=(1)(x-1)$
$3y-3=x-1$

Igualando la ecuación a cero, ordenado y resolviendo operaciones.
$3y-3-x+1=0$
Respuesta:
$$x-3y+2=0$$
Gráfico:



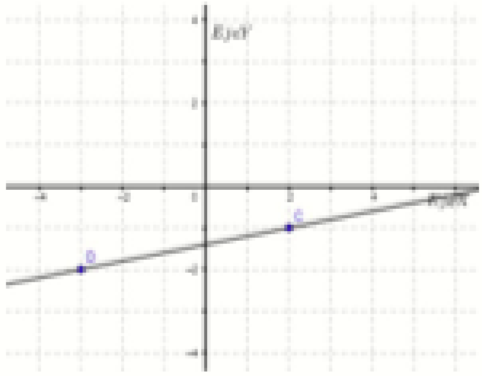
Ejemplo 2:
Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos C (2,-1) y D (-3, -2)

Solución:
Datos:
$x_1= 2$
$y_1= -1$
$x_2= -3$
$y_2= -2$
Sustituimos los datos en la fórmula.
$$y-(-1)=\left(\frac{-2-(-1)}{-3-2}\right)(x-2)$$

Resolviendo las operaciones
$$y+1=\left(\frac{-2+1}{-5}\right)(x-2)$$

Simplificando
$-5(y+1)=(-1)(x-2)$
$-5y-5=-x+2$
Igualando la ecuación a cero, ordenado y resolviendo operaciones.

$-5y-5+x-2=0$



EJERCICIOS:
Resolver los siguientes ejercicios, **y encontrar la** ecuación de la recta que pasa por los puntos:

1) A (2, -3) y B (5, 2)
2) C (-2, 4) y D (3, -1)
3) E (-4, 1) y F (-1, -3)
4) G (-6, -2) y H (-4, -5)
5) I (7, 3) y J (4, 6)

4.2 Punto pendiente

La ecuación de la recta que pasa por el punto P1 = (x1, y1) y tiene la pendiente dada **m**, se establece de la siguiente manera: **y − y1 = m (x − x1)**

Ejemplo:
Establecer la ecuación de la recta que pasa por el punto A (1,2) y su pendiente m=3

EJERCICIOS:

En los siguientes ejercicios encontrar laecuación de la recta que pasa por lospuntos.

1)	A (2, -1)	m= 2
2)	B (-2, 3)	m= 5
3)	C (1,-2)	m= 4
4)	D (3, -2)	m= 3
5)	E (-6,-3)	m= 8

4.3 Ecuación pendiente-ordenada al origen.

La ecuación pendiente-ordenada al origen, de una recta es una expresión de la forma **y = mx + b**; donde m es la pendiente de la recta y b es el término de intersección sobre el eje y.

Ejemplo:
Encuentra la ecuación de la recta, cuya intersección con el eje Y es 3 y su pendiente -5

Solución:

Datos: m =-5 b=3

Ecuación de la recta: y = mx + b

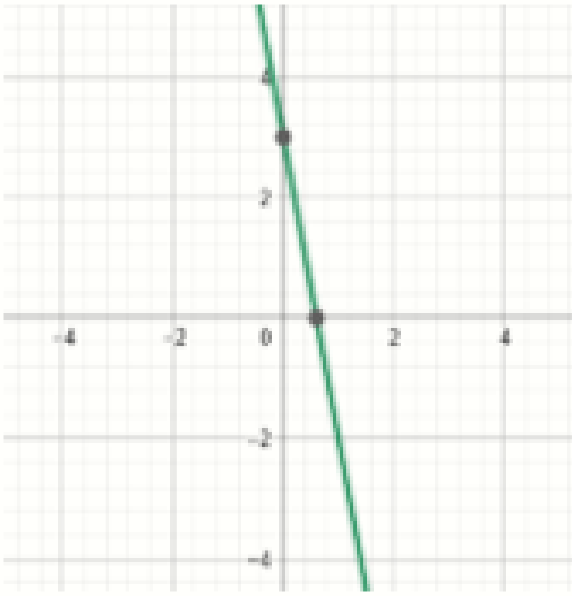
Reemplazamos valores y resolvemos:

$y = -5x+3$

$y-3+5x=0$

Respuesta: $5x+y-3=0$

Grafico:



EJERCICIOS:

En los siguientes ejercicios **encontrar la** ecuación de la recta y graficar.

1) b=3 m= 2
2) b= -2 m= 5
3) b= 1 m= 3
4) b= -4 m= 6
5) b= 3 m= 10

CUESTIONARIO

CAPÍTULO IV

ECUACIONES DE LA RECTA

RESUELVE UTILIZANDO LO APRENDICO

Ejercicio nº 1.-

Ejercicios para debate:

Dibuja la recta que pasa por los puntos dados y halla la distancia, punto medio y la pendiente para cada caso. Utiliza un plano cartesiano para cada recta.

- ✓ A (-3,6) y B (1,-4)
- ✓ A (3,4) y B (2,5)
- ✓ A (3,-5) y B (1,4)
- ✓ A (2,1) y B (4,3)
- ✓ A (-3,4) y B (6, -2)
- ✓ A (-3, -4) y B (3, 2)
- ✓ A (-4, 2) y B (3, 2)
- ✓ A (2, 4) y B (2, -3)

PROGRESIONES

05

PROGRESIONES

PROGRESIONES MATEMÁTICAS Y FINANCIERAS

Progresiones aritméticas

La sucesión o progresión es un conjunto de números ordenados. Cada número ocupa una posición y recibe el nombre de término;a1, a2, a3, a4,... an

La sucesión aritmética es cuando cada término se obtiene sumando un número al término que le precede. Este número se denomina diferencia (d) y n es el termino enésimo. a1 a2= a1+da= a2+da4= a3+d
...

an+1= an + d

la diferencia: d= an+1 - an

La sucesión es creciente cuando cada término es mayor que el anterior:

an+1 > an ; d > 0

La sucesión es decreciente cuando cada término es menor que el anterior:

an+1 < an ; d < 0

El termino general se de cualquier término de la sucesión se determina mediante la siguiente fórmula: an= a1 + d * (n-1)

La suma de los n términos, se calcula mediante las siguientes formulas:

Cuando se conoce el primer término y el término n enésimo de la sucesión.

Sn=(n(a1+an))/2 Cuando se conoce el primero termino y dela diferencia con la fórmula.

Sn=n*a1+(d*n(n-1))/2Ejemplo:

Determinar la sucesión de la siguienteserie: 2, 4, 6, 8, 10,...

Solución:

a1= 2

a2= a1+d= 4

a3= a2+d= 6

a4= a3+d= 8

a5= a4+d= 10

la Diferencia: d= an+1 - an d= a2-

a1= 4 -2 = 2

d= a3- a2= 6- 4 = 2

d= a4- a3= 8 -6 = 2

d= a5- a4= 10 -8 = 2

d= 2

Respuesta: an= 2 n

Calcular el décimo término de la serie:2, 4, 6, 8, 10,...

Solución:

a1=2 d=2 n=10

an = a1 + d * (n-1)an= 2 + 2 * (10-1)

an=20

Calcular la suma de los diez primerostérminos de la serie: 2, 4, 6, 8, 10,...

Solución:

a1=2 an = a10=20 n=10

Sn=(n(a1+an))/2 Sn=(10(2+20))/2

Sn=110

EJERCICIOS:

Determinar la diferencia de las siguientes sucesiones:

13, 15, 17, 19,21...

16, 21, 26, 31,36,...

10, 6, 2, -2, -6, -10,...

Calcular los dos términos siguientes (a4 y a5) de las siguientes sucesiones:

35, 45, 55, ...

11, 22, 33,...

77, 66, 55,...

Calcular la suma de los 20 primeros términos de las siguientes sucesiones:

3, 10, 17,...

12, 15, 18,...

15, 12, 9,...

Calcular la suma de los 10 primeros términos las sucesiones a partir de los siguientesdados:

a1=5, a10=14 a1=5, d=4 a2=18, d=5

Matemática financiera interés simple

En matemática financiera se calcula el interés simple sobre el monto principal de un préstamo, sin tener en cuenta los intereses acumulados, según la siguiente notación

I: interés

C: capital

i: tasa de interés

t: tiempo

F: capital final

Las fórmulas son las siguientes:

I= C*t*i
F= C+ I
t= I/(C*i
C= I/(t*
i) i= I/(C*t)

Ejemplo 1:

Calcular el interés para cinco años, por un capital de $20 000, al 8%.

Solución:

t= 5 años C= $20000 i=8% = 0.08 I=?

I= C*t*i

I=

($20000)

* (5) *

(0.08)I=

$8000

CUESTIONARIO

PROGRESIONES

TALLER PRÁCTICO

EJERCICIOS DE PROGRESIONES ARITMÉTICAS

1. Halla los términos a_1, a_2 y a_{10} de las siguientes sucesiones, cuyo término general a_n se da:

	a_n	a_1	a_2	a_{10}
a)	$a_n = 2n - 1$			
b)	$a_n = \frac{4n-3}{2}$			
c)	$a_n = n^2 - 3n + 5$			
d)	$a^n = 2^{n-1}$			
e)	$a_n = (-3)^n$			

2. **Completa los términos con las sucesiones que faltan:**

	Términos	A	B	C	D	RESPUESTA
a)	3,6,12,24…..	36,50	32,68	48,96	55,110	
b)	3,7,11,15…..	19,24	18,23	18,22	19,23	
c)	32,16,8,4…	2,0	2,1	0,-2	2,2	
d)	5,10,17,26 …	52,14	43,69	37,50	__	

3. **REALIZA LOS SIGUIENTES EJERCICIOS APLICA LA FORMULA**

	Términos	a_1	d	$a_n=a_1+(n-1)*d$
a)	**3, 7, 11, 15, …**			
b)	-12, -9, -6, -3, …			
c)	12, 9, 6, 3, …			
d)	10, 3, -4, -11, …			
e)	120, 152, 184, ..			

BIBLIOGRAFÍA:

Ernest F. Haeussler, J., & Richard, P. (2003). Matemáticas para la administración y economía(Décima ed.). México: Pearson Educación.

ESPOL, Instituto de Ciencias Matemáticas. (2006).

Fundamentos de Matemáticas (Segunda ed.).

Guayaquil: Comité Editorial.

Baldor, A. A. (1941). Álgebra de Baldor. México: Publicaciones Cultural.

García Ardura, M. (1975). Ejercicios y Problemas de Algebra (Décimo Séptima ed.). Madrid:Hernando.

Ibañez Carrasco, P., & García Torres, G. (2012). MÁTEMÁTICAS IV con enfoque en competencias (Segunda ed.). Mexico: Cengage Learning.

Gutiérrez, G. E., & Ochoa, G. S. I. (2014). Álgebra lineal y sus aplicaciones. Retrieved fromhttps://ebookcentral.proquest.com

PINEDA, Octavio. (2010). Álgebra lineal: un enfoque económico y administrativo. Retrieved fromhttps://ebookcentral.proquest.com

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO PELILEO

ISBN: 978-9942-686-67-1

Educación gratuita y de calidad