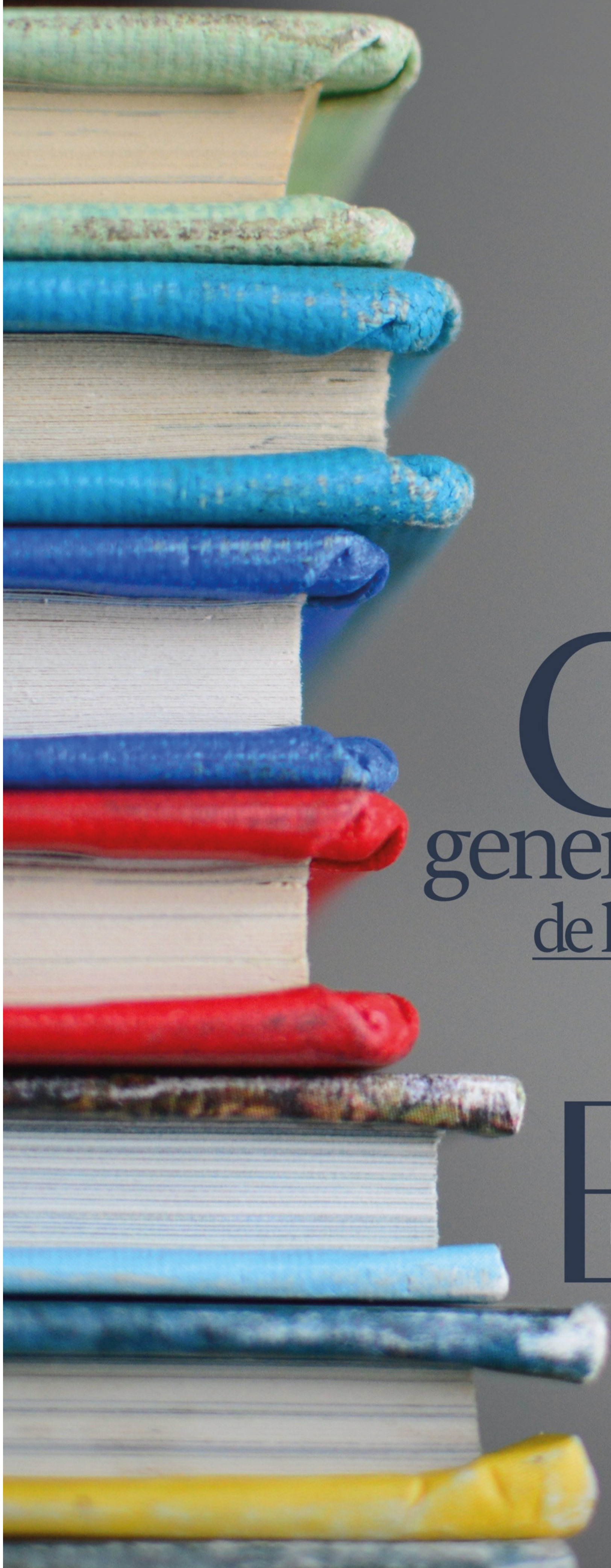

INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO
VICENTE LEÓN

Guía general de estudio de la asignatura

MATEMÁTICA BÁSICA

Edison Rene Toapaxi Gualpa

INSTITUTO SUPERIOR TECNOLÓGICO VICENTE LEÓN

RIMANA EDITORIAL

Carrera de Tecnología Superior en Seguridad e Higiene del Trabajo
Asignatura: Matemática básica
Código de la asignatura: SHT04 – 1B3
Primer nivel

www.istvicenteleon.edu.ec

INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO
VICENTE LEÓN
Av. Amazonas y Clemente Yerovi / Latacunga – Cotopaxi
Campus Norte

MATEMÁTICA BÁSICA

Autor: Edison Rene Toapaxi Gualpa

MSc. Ángel Velásquez Cajas Editor

Directorio editorial institucional
Mg. Omar Sánchez Andrade Rector
Mg. Fabricio Quimba Herrera Vicerrector
Mg. Milton Hidalgo Achig Coordinador de la Unidad de Investigación

Diseño y diagramación
Mg. Alex Zapata Álvarez
Mtr. Leonardo López Lidioma

Revisión técnica de pares académicos
– Oscar Rodrigo Lara Jácome Mgtr.
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE
orlara@espe.edu.ec
– Daniel Gustavo Tobar Herrera Mgtr.
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE
dgtobar3@espe.edu.ec

ISBN: 978-9942-676-72-6
Primera edición
Agosto 2024

RIMANA EDITORIAL

índice

DESARROLLO GUÍA DE ESTUDIO

1. Datos Informativos

Edison Rene Toapaxi Gualpa, nací el 27 de abril de 1989 en la ciudad de Salcedo, estudie la primaria en Escuela Gonzales Suarez de la ciudad de Salcedo, la secundaria en la Unidad Educativa Fae Nº5 de la ciudad de Latacunga, me gradué como Ingenier en Mecatronica en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE, los estudios de cuarto nivel los realice en la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE en Electronica Y Automatizacion en redes Industriales. Me desempeñe actualmente como docente en el Instituto Superior Tecnológico Vicente León.

2. Presentación de la Asignatura

Las matematicas es fundamental para comprender los diferentes aspectos de razonamiento, logica y analisis de la vida para solventar problemas en diferentes areas como en economicas y financieras para el desarrollo del pais.

La unidad I trata acerca de los fundamentos de algebra, como una base estructurada de la matemática, para resolver ejercicios propuetos de una manera sistematizad.

La unidad II se refiere a ecuaciones lineales y cuadráticas, a través de sus formas típicas, para poder resolver de una manera fácil ecuaciones de primero y segundo grado.

3. Introducción de los Temas

El álgebra es de gran importancia en diversos campos de estudio como en el area de la construcción en las ramas de la geometría, el cálculo y la teoría de números que permite proporciona herramientas y técnicas para resolver una amplia variedad de problemas matemáticos y del mundo real mediante ecuaciones y desigualdades algebraicas lo que permitie modelar y analizar relaciones entre variables. Siendo asi el algebra una una herramienta poderosa y versátil que permite la resolución de problemas matemático que fortalecen el área del conocimiento a lo largo de la historia comprende y describe las estructuras, patrones y relaciones presentes en el mundo que nos rodea debido a que las materias de calculo son de uso para desarrollo intelectual y fortalecimiento personal.

4. Objetivos de Aprendizaje

– Ubicar el contexto fundamental en el que se ha desarrollado la matematica actualmente.

– Identificar los conceptos fundamentales.

– Precisar los diferentes conceptos en los diferentes items matematicos.

– Comprender las mejores técnicas para la resolucion de ejercicios matematicos.

5. Unidad y Subunidades

1.Algebra

5.1.1. Fracciones.
5.1.2. Exponentes Propiedades.
5.1.3. Potenciacion
5.1.4. Radicacion
5.1.5. Logaritmos
5.1.6. Exponentes fraccionarios
5.1.7. Productos Notables.
5.1.8. Factorizacion

2. Ecuaciones

5.2.1. Ecuaciones polinomicas primer grado.
5.2.2. Ecuaciones polinomicas segundo grado.

6. Resultados de Aprendizaje

– Capacidad de desarrollar problemas matematicos con habilidades diferentes.

– Capacidad de identificar los diferentes procedimientos en la resolucion de problemas matematicos planteados.

– Capacidad de análisis y razonamiento logico matematico.

7. Estrategias Metodológicas

Tabla 1
Tabla de estrategias metodológicas

Estrategias Metodológicas	Finalidad	Técnicas
Experiencia Concreta	Explora los saberes empíricos con los que llegan sus participantes, a través de lluvias de ideas, preguntas – respuestas, conversatorios, entre otros; en relación con la temática de la clase.	a. Investigaciones. b. Observación directa. c. Collage. d. Proyecciones.
Reflexión	Contextualiza su realidad, plantea el tema utilizando, lecturas científicas o informativas, videos, gráficos o situaciones problémicas, debates, con el fin de inducir a los estudiantes a conectar sus conocimientos previos con la nueva información que se les provee.	– Lluvia de ideas. – Diálogos. – Discusiones. – Foros.
Conceptualización	La mediación del docente debe estar dirigida a actividades como la presentación de la nueva información (contenidos curriculares)	– Organizadores gráficos. – Cuadros comparativos. – Resúmenes. – Análisis. – Exposiciones.
Aplicación	La concreción del aprendizaje debe reflejar la adquisición de los nuevos contenidos conectados con los saberes y experiencias anteriores.	– Organizadores gráficos. – Cuadros comparativos. – Resolución de ejercicios. – Solución de cuestionarios. – Exposiciones.

Nota. Modo de utilización de las estrategias metodológicas.

Elaboracion propia.

8. Criterios de Evaluación

Tabla 2
Criterios de evaluación

Instrumentos		Primer Parcial %(Puntos)	Segundo Parcial %(Puntos)	Promedio %(Puntos)
Fase 1:	Trabajos Individual	2	2	2

Trabajos Prácticos	Trabajo de clase o colaborativo	2	2	2
	Exposiciones	2	2	2
Fase 2: Lecciones	Escritas	2	2	2
Fase 3: Evaluación	Cuestionario	2	2	2
	Total:	10	10	10

Nota. Criterios de evaluación
Elaboracion propia.

9. Desarrollo de las Subunidades

9.1. Algebra

El álgebra es una parte de las matemáticas que utiliza símbolos y letras para representar números y cantidades que permiten la manipulación y resolución de expresiones algebraicas. (Ocaña.G, 2011)

9.1.1. Fracciones.

Son fundamentales en las matematicas en las representacion de cantidades las mismas constan de dos partes: el numerador y el denominador.
Numerador:
Es el numero superior en una fraccion .
Denominador:
Representa la unidad en la que se divide la cantidad total.

Tipos de Fracciones:

– Fracciones Propias: Aquellas en las que el numerador es menor que el denominador, como 23/52.
– Fracciones Impropias: Aquellas en las que el numerador es igual o mayor que el denominador, como 34/3.

Operaciones con Fracciones:

– Suma y Resta: Para sumar o restar fracciones, debes tener el mismo denominador. Si no lo tienen, primero debes encontrar un denominador comun.

Ejemplo:

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=$$
$$\frac{2+2}{6}=\frac{4}{6}$$
$$=\frac{2}{3}$$

– Multiplicacion: Multiplicar fracciones es simplemente multiplicar los numeradores entre si y lamultiplicacion entre los denominadores.

Ejemplo:

$$(\frac{4}{3})\left(\frac{2}{4}\right)=$$
$$\left(\frac{8}{12}\right)=\frac{2}{3}$$

Para la multiplicacion tambien se aplica la propiedad distributiva la misma que indica que se debe multiplicar todos sus terminos (Rodrigues), tal y como muestra el siguiente ejemplo:

(3-4)(1+5) =

18-24 =

= -6

En este ejemplo, primero se multiplica “3” con cada término del 2° binomio (1 + 5) obteniendo:

$$3(1)+3(5)=$$
$$=3+15$$

Luego se multiplica “4” con cada término del 2° binomio (1 + 5) obteniendo:

$$-4(1)-4(5)=$$
$$=-4-20$$

Finalmente, se unen ambos resultados y se reducen los términos semejantes, tal como muestra en el ejercicio anterior.

– Eliminan los paréntesis:

Cuando es positivo fuera del paréntesis se elimina sin que sus elementos internos sufran modificación, ejemplo:

$$\begin{aligned} 5x + (\,3y - 8x) &= \ 5x + 3y - 8x \\ &= 3y + 5x - 8x \\ &= \ 3y - 3x \end{aligned}$$

Cuando es negativo el signo del paréntesis se elimina el paréntesis cambiando al signo contrario cada uno de los elementos internos ,ejemplo:

$$\begin{gathered} 6x - (\,8y - 9x) = \\ 6x - 8y + 9x = \\ = 15\mathrm{x} - 8\mathrm{y} \end{gathered}$$

– Division: Se realiza una multiplicar por la fraccion reciproca de la segunda fraccion. Ejemplo:

$$\begin{gathered} \frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \\ \frac{3}{4}\left(\frac{7}{5}\right) = \\ = \frac{21}{20} \end{gathered}$$

– Reglas de los signos:

Para realizar operaciones algebraicas, es decir:

a) **Para sumar (o restar) dos términos** , se debe fijar en los signos de la parte numérica:

– **Signos iguales**: Se suman la parte numérica y conservar el mismo signo en el resultado

– **Signos distintos:** Se restar la parte numérica conservando el signo del número mayor en el resultado.

b) **Para multiplicar (o dividir) dos términos:** Se fija en los signos de la parte numérica involucrada, entonces se dan 2 casos:

– **Dos signos iguales:** en este caso el resultado será siempre **positivo.**

– **Dos signos distintos:** en este caso el resultado siempre será **negativo**.

Ejemplos de operaciones combinadas

–

$$-\frac{3}{2}+\frac{3}{4}x\left(\frac{7}{2}+\frac{1}{6}\right)-\frac{3}{7}\left(\frac{x}{4}-\frac{1}{3}\right)$$

$$-\frac{3}{2}+\frac{21}{8}x+\frac{3}{24}-\frac{3}{28}x+\frac{1}{7}$$

$$\frac{21}{8}x-\frac{3}{2}x+\frac{3}{28}x+\frac{1}{7}-\frac{3}{2}+\frac{3}{24}$$

$$\frac{141}{56}x-\frac{69}{56}$$

–

$$\frac{4}{6}x-\frac{3}{2}x\left(\frac{7}{3}+\frac{1}{6}-\frac{3}{2}\right)$$

$$\frac{4}{6}x-\frac{21}{6}x-\frac{1}{12}+\frac{9}{4}$$

$$\frac{4x-21x}{6}+\frac{13}{6}$$

$$-\frac{17}{6}x+\frac{13}{6}$$

–

$$-\frac{45}{405}x\left(-\frac{13}{3}+\frac{7}{8}-\frac{9}{10}\right)+\frac{13}{2}x\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{6}-\frac{7}{3}+\frac{1}{2}\right)$$

$$-\frac{1}{9}x\left(-\frac{13}{3}+\frac{7}{8}-\frac{9}{10}\right)+\frac{13}{2}x\left(\frac{3}{7}+\frac{2}{3}-\frac{7}{3}+\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{13}{27}x+\frac{7}{72}+\frac{9}{90}+\frac{39}{14}x+\frac{26}{6}x-\frac{91}{6}x\frac{13}{4}x$$

$$-\frac{3263}{756}+\frac{1}{360}$$

–

$$\frac{100}{200}\times\left(\frac{400}{100}+\frac{144}{16}\right)-\frac{3}{10}\times+\frac{6}{9}\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{6}-\frac{7}{2}+\frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{1}{2}\times(4+9)-\frac{3}{10}\times+\frac{3}{9}x+\frac{1}{9}x-\frac{21}{9}+\frac{1}{9}$$

$$\frac{13}{2}\times-\frac{3}{10}\times+\frac{3}{9}x+\frac{1}{9}x-\frac{21}{9}+\frac{1}{9}$$

$$\frac{299}{45}x-\frac{20}{9}$$

–

$$-\frac{40}{3}\left(\frac{5}{3}\times-\frac{1}{6}+\frac{3}{9}\times\right)+\frac{6}{7}\times\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{12}{6}\times+\frac{3}{2}$$

$$-\frac{8}{3}\times+\frac{40}{9}-\frac{40}{9}\times+\frac{3}{7}\times-\frac{12}{6}\times+\frac{3}{2}$$

$$-\frac{8}{3}\times\frac{40}{9}\times+\frac{3}{7}\times\frac{12}{6}\times\frac{5}{2}+\frac{40}{9}$$

$$-\frac{547}{63}\times+\frac{107}{18}$$

–

$$-\frac{36}{12}\times\left(-\frac{4}{18}-\frac{1}{2}+\frac{6}{10}\right)-\frac{15}{20}+\frac{6}{3}\times-\frac{7}{2}\left(-\frac{4}{6}\times+\frac{1}{2}\right)$$

$$-6\times\left(-\frac{1}{12}-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\right)-\frac{3}{4}+2\times+\frac{14}{6}\times-\frac{7}{4}$$
$$\frac{1}{2}\times+3\times-\frac{18}{5}\times-\frac{3}{4}+2\times+\frac{7}{3}\times-\frac{7}{4}$$
$$\frac{1}{2}\times+3\times\frac{12}{5}\times+2\times+\frac{7}{3}\times-\frac{3}{4}-\frac{7}{4}$$
$$\frac{127}{30}\times\frac{11}{4}$$

–

4x-3=2x-7

$$4\mathrm{x}-3-2\mathrm{x}=2\mathrm{x}-7-2\mathrm{x}$$
$$2\mathrm{x}-3=-7$$
$$2\mathrm{x}-3+3=-7+3$$
$$2\mathrm{x}=-4$$
$$\frac{2x}{2}=-\frac{4}{2}$$
$$\mathrm{x}=-2$$

–

$$2\mathrm{x}-4-2(3\mathrm{x}-1)=3\mathrm{x}-5-\mathrm{x}$$
$$2\mathrm{x}-4-6\mathrm{x}+2=2\mathrm{x}-5$$

$$-2-4\mathrm{x}=2\mathrm{x}-5$$
$$-2+5=2\mathrm{x}+4\mathrm{xv}$$

–

$$\frac{3}{2}\left(-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}\left(\frac{12}{2}-\frac{3}{4}\right)$$
$$-\frac{9}{4}x+\frac{9}{4}+\frac{36}{14}-\frac{9}{28}$$
$$-\frac{9}{4}x+\frac{9}{4}+\frac{36}{14}-\frac{9}{28}$$

$$-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}$$

–

$$\frac{10}{20}+\frac{3}{9}-\frac{10}{100}+\frac{4}{16}\left(\frac{56}{163}x-\frac{1}{3}\right)-\frac{3}{9}x+\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{10}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}x+\frac{1}{8}$$
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{10}+\frac{1}{12}x-\frac{1}{12}-\frac{1}{3}x+\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{12}x-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}x+\frac{1}{8}$$
$$\frac{1}{4}x+\frac{31}{40}$$

9.1.2 Exponetes. Propiedades

Los exponentes se define como la potenciación la cual es operación matemática que implica elevar un número, llamado base, a una potencia, que es un número entero que indica cuántas veces se debe multiplicar la base por sí misma. La notación general para la potenciación es an, donde a es la base y n es la potencia. (Allen, 1998)
Ejemplo:

- $$3^5 = 3x3x3x3x3 = 243$$

- $$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5}x\frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

Las propiedades se detalla en relacion a la potenciacion

9.1.3 Potenciacion

La potenciacion dispone de propiedades que permiten desarrollar los ejercicios, que se detallan a continuacion.

Propiedades:

– Cualquier número elevado a la potencia de cero es igual a 1.

$$a^0 = 1$$

– Cualquier número elevado a la potencia de uno es igual a ese número

$$a^1 = a$$

– Un número elevado a un exponente negativo es igual a la inversa del mismo número elevado al exponente positivo.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

– Multiplicación de Potencias con la Misma Base:

$$a^m x\ a^n = a^{m+n}$$

Cuando multiplicamos dos potencias con la misma base, sumamos los exponentes.

– División de Potencias con la Misma Base:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Cuando dividimos dos potencias con la misma base, restamos los exponentes.

– Potencia de una Potencia:

$$a^{m^n} = a^{mxn}$$

Elevar una potencia a otra potencia implica multiplicar los exponentes.

– Propiedad de la Potencia de Producto:

$$(\mathrm{a} \times \mathrm{b})^n \mathrm{n}= a^n x\ b^n$$

Elevar un producto a una potencia es igual al producto de las potencias de los factores.

– Propiedad de la Potencia de Cociente:

$$(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}$$

Elevar un cociente a una potencia es igual al cociente de las potencias del numerador y el denominador.

– Raíces y Potencias Fraccionarias:

$a^{\frac{1}{n}}$ representa la raíz n-ésima

a) Radicacion.

La radicación es la operación inversa a la potenciación los elementos de una raíz se muestran a continuación:

$$\sqrt[n]{c} = a$$

Donde:
c: Es el radicando e indica el valor de la potencia
n: Es el índice de la raíz y corresponde el exponente de la potencia
a: Es la raíz, es decir es la base buscada de la potencia.
Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[5]{\mathbf{xy^4}} \cdot \sqrt[10]{\mathbf{x^5y^3}}}{\sqrt[6]{\mathbf{x^2y^3}} \cdot \sqrt[15]{\mathbf{xy^9}}}$$

$$\frac{\sqrt[30]{(xy^4)^6} \cdot \sqrt[30]{(x^5y^3)^3}}{\sqrt[30]{(x^2y^3)^5} \cdot \sqrt[30]{(xy^9)^2}}$$

$$\sqrt[30]{\frac{(x^6y^{24})(x^{15}y^9)}{(x^{10}y^{15})(x^2y^{18})}}$$

$$\sqrt[30]{x^9y^0}$$

$$\sqrt[30]{x^9}$$

$$\sqrt[3\cdot 10]{x^{3\cdot 3}}$$

$$\sqrt[10]{x^3}$$

b)Logaritmos

Los logaritmos son otra manera de expresar exponentes , la manera de encontrar un logaritmo de un número en una base dada, consiste en encontrar el exponente al cual hay que elevar la base para hallar dicho número (Swokowki, 2011)
La relación que tendría entonces con la potenciación sería:..

$$\log_a c = n \qquad\qquad a^n = c$$

Ejemplos

– $\log_2 8 = 3.$ $\quad 2^3 = 8$
– $\log_3 81 = 4.$ $\quad 3^4 = 81$
– $\log_5 25 = 2.$ $\quad 5^2 = 25$

Para resolver problemas planteados de logaritmos se debe tomar en cuenta las diferentes operaciones matematicas, adicionalemente tienen que ver las propiedades de logaritmos para que permitan desarrollar la resolucion, a continuacion se detalla en la tabla 3 las propiedades de los logaritmos :

Tabla 3.
Propiedades de la logaritmación

Nombre de la propiedad	Definición
Logaritmo de la unidad	$\log_a 1 = 0$
Logaritmo de la base	$\log_a a = 1$
Logaritmo del producto de dos números positivos	$\log_a N \cdot M = \log_a N + \log_a M =$

Logaritmo del cociente de dos números positivos	$\log_a \frac{N}{M} = \log_a N - \log_a M =$
Logaritmo de la potencia de un número positivo	$\log_a N^p = p \cdot \log_a N$

Nota. Propiedades y aplicación de la logaritmación

Elaboracion propia.

c)Exponentes Fraccionarios

Los exponentes fraccionarios parten de una raíz a una potencia donde el exponente del término radicando se divide por el índice de la raíz; si el cociente no es una cantidad entera, la división queda indicada. A continuación, se indica el planteo del exponente fraccionario:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

d)Productos notables

Son expresiones algebraicas que siguen patrones y se pueden desarrollar implificar utilizando reglas establecidas de manera más eficiente algunas caracteristicas de los productos notables más comunes son :

– Un producto notable no necesita de la propiedad distributiva para ser resuelto. Solo aplicar una regla general o fórmula.
– Los productos notables tienen características particulares y por ello no es necesario resolverlos paso a paso.
– Algunos productos notables entre binomios son los siguientes:

– Cuadrado de binomio:
Es el producto entre 2 binomios idénticos.

Ejemplo: (a-b)(a-b).

– Suma por diferencia:
Es el producto entre 2 binomios casi idénticos, la diferencia es solo un signo de uno de los términos.

Ejemplo: (x+y)(x-y).

– Producto de dos binomios con un término común:

Es el producto de 2 binomios que solo tienen en común uno de los términos.

Ejemplo: (a-y)(a-k)

e)Factorización

Es expresar un numero como una multiplicación de dos o más factores algebraicos. (Hernández, 1994)

Por ejemplo:

El numero:

24 es expresarlo como:
24 = (3)(8)
24 = (2)(4)(3)
24 = (12)(2)

Ahora bien, factorizar un término algebraico es expresar dicho término como una multiplicación entre diversos coeficientes y/o factores literales.

Ejemplo
$-3x^2 y^3 = (-1)(3)(x)(x)(y)(y)(y)$

– Factor comun

Este caso es el más importante o comun de la factorización, y es aplicable en binomios, trinomios y polinomios en general que se analiza independientemente del caso que se pretenda ejecutar (Colegío Real Caren, 2017); como, por ejemplo

a) $3a + 5ab - 4ac = a(3 + 5b - 4c)$
b) $a^2 + 2a = a(a + 2)$
c) $10a^2 - 5a + 15a^3 = 5a(2a - 1 + 3a^2)$
d) $x^4 + x^3 - x^2 = x^2(x^2 + x - 1)$

– Diferencia de cuadrados

Esta fdescrito de la forma $a^m - b^n$. Donde tanto a como b son cuadrados perfectos, por lo tanto, tienen raíz cuadrada exacta; mientras que los exponentes m y n son números pares.

a) $1 - a^2 = (1 + a)(1 - a)$

b) $16x^2 - 25y^4 = (4x + 5y^2)(4x - 5y^2)$

c) $4a^2 - 9 = (2a + 3)(2a - 3)$

d) $25 - 36x^4 = (5 + 6x^2)(5 - 6x^2)$

e) $16 - n^2 = (4 + n)(4 - n)$

– Trinomio cuadrado perfecto.

En el presente caso se debe cumplir que en un trinomio ordenado de manera ascendente o descendente tanto el primer como el tercer término aparte de ser positivos deben ser cuadrados perfectos. Además se debe tomar en cuenta que el término de la mitad debe cumplir que el doble producto de las raíces del primer y tercer término.

Ejemplos:

a) $m^2 + 2m + 1 = (m + 1)(m + 1)$
$= (m + 1)^2$
b) $4x^2 - 20xy + 25y^2 = (2x - 5y)(2x - 5y)$
$= (2x - 5y)^2$
c) $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

d) $x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2)$

e) $y^2 - 8y + 15 = (y - 5)(y - 3)$

f) $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

g) $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

– Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

En el presente caso algebraico este caso del trinomio de la forma $ax^{2n} + bx^n + c$, lo que se pretende es agruparlos en uno solo. Una opcion para la resolucion se a tomado en cuenta el método del aspa simple, con el cual se puede factorizar cualquier trinomio, inclusive el trinomio cuadrado perfecto.

a) $6x^2 - 7x - 3 =$ **$(3x + 1)(2x - 3)$**

b) $20x^2 + 7x - 6 =$ **$(4x + 3)(5x - 2)$**

c) $18a^2 - 13a - 5 =$ **$(18a + 5)(a - 1)$**

d) $7m^2 - 23m + 6 =$ **$(7m - 2)(m - 3)$**

– Suma o diferencia de cubos perfectos

En este caso es de la forma $(a^m \pm b^n)$. Donde tanto a como b son cubos perfectos, tienen raíz cúbica exacta; mientras que los exponentes m y n son múltiplos de tres.

Para factorizar se extraer las raíces cúbicas de cada término, mientras que a los exponentes se los divide para tres. Se abren dos grupos de paréntesis multiplicados entre si con los coeficientes.

Ejemplos:

1) $a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 – ab + b^2)$

2) $a^3 – b^3 = (a – b) (a^2 + ab + b^2)$

3) $x^3 - 8 = (x – 2) (x^2 + 2x + 4)$

4) $27x^3 + b^6 = (3x + b^2) (9x^2 – 3xb^2 + b^4)$

5) $8x^3 – 125 =(2x – 5)(4x^2 + 10x + 25)$

6) $27m^6 + 64n^9 =(3m^2 + 4n^3)(9m^4 –12m^2n^3 + 16n^6)$

1. Ecuaciones.

Es expresar las que establecen que dos expresiones son iguales. La incógnita o variable de una ecuación es el valor desconocido que se intenta encontrar. Aquí hay algunos conceptos básicos relacionados con las ecuaciones:

a. Estructura de una Ecuación:

Una ecuación se expresa generalmente en la forma expresión que tenga un signo igual y a su vez puede tener una o más incógnitas, representadas comúnmente por las ultima letras del abecedario como X,Y o Z

b. Resolución de Ecuaciones:

Para resolver una ecuación se debe tomar en cuenta las incógnitas que disponen las dos partes de la ecuación sean iguales. Las operaciones para resolver ecuaciones son adición, sustracción, multiplicación y división, tomando en cuenta que las mismas operaciones se deben efectuar en ambos lados de la ecuación como en la simplificion de la ecuación si es necesario para poder agrupar y aislar al incognita a encontrar. Y con esto poder validar verificar la solución encontrada.

9.2.1 Ecuaciones Polinomicas Primer Grado

Las ecuaciones de primer grado, también mas conocidas como ecuaciones lineales debido a que son aquellas que en la incógnita su valor que tiene el exponente es de 1. Adicional la caracteristica grafica es una recta.Ecuaciones polinomicas segundo grado.

Pasos para Resolver Ecuaciones Lineales de Primer Grado:

a. Simplificar los elementos de ambos lados de la ecuación del caso de ser necesario, a su vez ir combinando términos semejantes.
b. Agrupar todos los términos semejantes los que contienen la variable en un lado de la igualdad y los términos constantes en el otro lado de la ecuación.
c. Realizar las operaciones para aislar la variable en un lado de la ecuación de acuerdo a las operciones matematicas como sumar o restar términos, multiplicar o dividir reduciendo terminos semejantes para el proceso de despeje y poder encontrar el valor de la variable. (Eslava.E, 1997)
d. El proceso de verificacion del valor de la incognita se realiza mediante la sustitucion del valor encontrado en la ecuacion original , lo que deber cumplirse la igualdad.

– Ejercicios resolucion de ecuaciones:

1. Encontrar el valor de la variable x de la siguiente ecuacion:

3x +4-5x= 7+x

3x-5x-x =7-4

-3x=3

3x=-3

x= - $\frac{3}{3}$

x= - 1

Verificacion

3(-1) + 4 -5(-1) = 7+ (-1)

-3 + 4 + 5 =7-1

6 = 6

2.

$$\frac{2}{3}-\frac{2}{6}\times+\frac{3}{2}+\frac{4}{9}\times-\frac{2}{6}-\frac{3}{2}\times+\frac{1}{6}\times=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}+\frac{2}{7}\times-\frac{3}{2}\times-\frac{1}{6}-\frac{7}{2}$$

$$\frac{-2}{6}-\frac{4}{9}\times+\frac{1}{6}\times-\frac{2}{7}\times+\frac{3}{2}\times=-\frac{2}{3}+\frac{3}{2}+\frac{2}{6}-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}-\frac{1}{6}-\frac{7}{2}$$

$$\frac{94}{63}\times=-\frac{3}{2}$$

$$\times=-\frac{n3}{2}+\left(\frac{63}{94}\right)$$

$$\times=-\frac{189}{188}$$

3.

$$\frac{8}{7}\times+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\times-\frac{3}{9}\times+\frac{1}{6}\times-\frac{2}{3}+\frac{3}{9}\times-\frac{1}{6}\times+\frac{6}{3}-\frac{3}{7}\times+\frac{1}{6}\times-\frac{1}{4}=2$$

$$\frac{8}{7}\times-\frac{1}{6}\times+\frac{3}{9}\times+\frac{1}{6}\times-\frac{3}{9}+\frac{1}{6}\times-\frac{3}{7}\times+\frac{1}{6}\times=2-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-\frac{6}{3}$$

$$\frac{22}{21}\times=\frac{1}{3}$$

$$\times=\frac{1}{3}\left(\frac{21}{22}\right)$$

$$\times=\frac{21}{66}$$

4. $-\frac{6}{3}x+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}x+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}x-\frac{8}{9}-\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}-\frac{1}{9}x-\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}x=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}$

$$-\frac{6}{3}x\ -\frac{1}{6}x+\frac{1}{2}x\ -\frac{2}{3}x\ -\frac{1}{9}x\ -\frac{2}{3}x\ -\frac{1}{6}x\ =-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\ -\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{8}{9}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ -\frac{3}{2}$$

$$\frac{-59}{18}x=\frac{-19}{36}$$

$$\frac{59}{18}x=\frac{19}{36}$$

$$x=\frac{19}{36}\left(\frac{18}{59}\right)$$

$$x=\frac{342}{2124}$$

$$x=\frac{19}{118}$$

5. Resolver la siguiente ecuacion

$$\frac{7}{3}\ x\frac{1}{6}\ +\frac{3}{2}\ x=\frac{2}{3}\ x-\frac{1}{6}+\frac{3}{2}+\frac{10}{20}-\frac{30}{2}x$$

$$\frac{7}{3}\ x+\frac{3}{2}\ x-\frac{30}{2}\ x=\frac{1}{6}+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$$

$$\frac{109}{6}\ x=\frac{7}{3}$$

$$X\frac{7}{3}\left(\frac{6}{109}\right)$$

$$X=\frac{14}{109}$$

6. Resolver

$$\frac{4}{7}\ x+\frac{1}{6}-\frac{3}{2}+\frac{1}{6}\ x-\frac{8}{3}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\ x-\frac{3}{2}+\frac{1}{9}\ x$$

$$\frac{4}{7}x+\frac{1}{6}\ x-\frac{1}{6}x-\frac{1}{9}=\frac{1}{3}-\frac{3}{2}-\frac{1}{6}-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{8}{3}$$

$$\frac{29}{63}\ x=\ -\frac{1}{6}$$

$$X=-\frac{1}{6}\left(\frac{63}{29}\right)$$

$$X=\ -\frac{63}{174}$$

9.2.2 Ecuaciones polinomicas segundo grado.

Las ecuaciones polinómicas de segundo grado son ecuaciones algebraicas de la forma aax^2 bx + c = 0 donde a, b, y c son coeficientes constantes, y x es la variable. Las ecuaciones de este tipo son también conocidas como ecuaciones cuadráticas que se puede solucionar utilizando la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{- \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Pasos para Resolver Ecuaciones Lineales de segundo Grado:

a.Identificar los valores de las constantes a,b,c en la eccuacion.
b.Aplicar la formula cuadratica.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

c.Calculo de las dos soluciones con el valor positivo y negativa para x usando a,b,c.
d.Soluciones reales o complejas en base a la resolución de $(b^2 - 4ac)$ si es
– Si $b^2 - 4ac > 0$, hay dos soluciones reales distintas.
– Si $b^2 - 4ac = 0$, hay una solución real (raíz doble).
– Si $b^2 - 4ac < 0$, hay dos soluciones complejas conjugadas.

– Ejemplos de ecuaciones cuadraticas

1. $x^2 - 2x - 4 = 0$

a=1,

b=-2

c=9

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2}$$

$x1 = \frac{2+\sqrt{20}}{2} = 3{,}24$ $x2 = \frac{2-\sqrt{20}}{2} = -1{,}24$

2. Resolver la siguiente ecuación:

(2 x – 3) (x + 4) = 21 (x – 2)

(2 x – 3) (x + 4) = 21 (x – 2) $\Longleftrightarrow$ 2 x + 5 x – 12 = 21 x - 42

$\Longleftrightarrow$ x^2- 8 x + 15 = 0
$coeficiente\ \ de\ la\ ec. cuadratica$
a = 1 , b = - 8 , c = 15
Discriminante
= - (- 8^2) – 4 · 1 · 15 = 4 > 0

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2}$$

$$x = 5 \ \ \text{V} \ \ x = 3$$

Las soluciones de la ecuación son: $x = 5$, $x = 3$

Conjunto soluciones: S =$\{5,3\}$

3. Resolver:

8 (2 x – 1) (x – 5) = - 121

16x^2 - 72 x – 40 = - 121
16x^2 - 72 x + 81 = 0
$coeficiente\ \ de\ la\ ec. cuadratica$
a = 16 , b= -72 , c = 81
Discriminante = $(-72)^2$ - 4 · 16 · 81 = 0

$$x = \frac{72 \pm \sqrt{0}}{32} = \frac{9}{4}$$

La ecuación tiene soluciones reales e iguales: x_1 = $4x_2$ = $\frac{9}{4}$.
Conjunto solución: S = $\left\{\frac{9}{4}\right\}$

4. Hallar el (o los) valor(es) de la constante p, en cada caso, de manera que:

a) La ecuación (p+2)x^2+ 5x + 5p=0, tenga sus raíces iguales.

b) La ecuación x(x-3) = 2p, tenga raíces reales.

D= 25-4(p+2) (5p) =-20p^2-40p+25
-20p^2-40p+25=0

P=1/2V P=-5/2

Para p= 1/2, las soluciones de:

$5x^2$+10x + 5=0

son: X1=X2= -1.

Para p= -5/2, las soluciones de:

x^2 - 10x + 25=0

son: X1=X2= 5.

La ecuación dada tiene sus raíces iguales, para

p= 1/2 o para p=-5/2.

x(x-3) =2p $\quad x^2 - 3x - 2p=0$

Discriminante: D= 9-4(-2p) = 9 + 8p

Las raíces de la ecuación son reales 9+8p≥0

p≥-9/8

5. Resolver la ecuación: $4x(x+1) = 5x^3$

Solución:

$$4x(x+1) = 5x^3$$
$$x\ (4x + 4 - 5^2) = 0$$
$$x = 0 \ \ V \ \ 4x + 4 - 5^2 = 0$$
$$x = 0 \ \ V \ \ 5^2 - 4x - 4 = 0$$
$$x = 0$$
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{6}}{5}$$

Las soluciones de la ecuación son:

$$x = -19/3, \ \ x = 5.$$

6. Hallar el o los valores de $\rho \in \mathbb{R}$ una solución de la ecuación $(\rho^2 + 2)\chi^2 - 7\chi - 2p = 1\ sea\ \chi = -1/2.$

$$\chi = -\frac{1}{2} es\ solucion\ de\ (p^2 + 2)\chi^2 - 7\chi - 2p = 1$$
$$(p^2 + 2)(-1/2).^2 - 7(-1/2) - 2p = 1$$
$$p^2 + 2 + 14 - 8p = 4$$
$$p^2 - 8p + 12 = 0$$
$$p = 2\ o\ p = 6$$

Existen dos valores de p, tal que:

$\chi = -\frac{1}{2}$ es una solución de la ecuación:

$$p = 2\ o\ p = 6$$

7. De la ecuación

$$(3\chi - 2m).^2 + (6\chi - 4m)(\chi + m) + (x + m).^2 = 0$$

siendo m una constante real.

(a) Resolver la ecuación.

(b) Determinar el o los valores de $m \in \mathbb{R}$ tales que, $\chi = -2$ sea solución de la ecuación.

$$(a)(3\chi - 2m).^2 + (6\chi - 4m)(\chi + m) + (\chi + m).^2 = 0$$

$$16x^2 - 8m\chi + m^2 = 0$$

$$x = \frac{8\mathrm{m} \pm \sqrt{64m^2 - 64m^2}}{32}$$

$$\mathrm{x} = \frac{m}{4}$$

Tiene las dos raíces reales e iguales: $\mathrm{x} = \frac{m}{4}$

8. De la siguiente ecuación

$x^2 + 2(p + q)\, x + 2pq = 0$ son números reales.

Discriminante de la ecuación:

$$D = (2(p + q))^2 - 8\,pq$$
$$= 4(p^2 + 2pq + q^2) - 8\,pq$$
$$= 4p^2 + 8pq + 4q^2 - 8\,pq$$
$$= 4p^2 + 4q^2$$

Análisis y conclusión:

$$D = 4p^2 + 4q^2 \geq 0,$$

para todo $p, q \in \mathbb{R} \Longrightarrow$ las raíces de la ecuación $x^2 + 2(p + q)\, x + 2pq = 0$ son números reales para todo $p, q \in \mathbb{R}$.

9. Determinar los valores de la ecuación:

$$3 + 6p - 2p^2 + xp / 3 = 4p^2 + x / x$$

$$X (3 + 6p - 2p^2 + xp) = 3 (4p^2 + x)$$

$$px^2 + (6p - 2p^2)\, x - 12p = 0$$

$$x^2 + (6 - 2p)\, x - 12p = 0$$

$$X = -6 + 2p \pm 2\, l\, p + 3\, l / 2$$

$$X = 2p \text{ o } x = -6$$

10. Hallar el o los valores de p ∈ ***R****, una solución de la ecuación*

$$(p^2 + 2)\, x^2 - 7x - 2p = 1$$

Sea x = - ½.

Solución

X= - ½. Es solución de $(p^2 + 2)\, x^2 – 7x – 2p = 1$

$(p^2 + 2)\,(- ½.)^2 – 7\,(- ½.) – 2p = 1$

$p^2 + 2 + 14 – 8p = 4$

$p^2 – 8p + 12 = 0$

p = 2 o p = 6

Existen dos valores de p, tal que:

x = - ½. es una solución de la ecuación:

p = 2 o p = 6

Las soluciones de la ecuación son: X = 2p, x -6

11. Hallar el o los valores de p ∈ ***R****, una solución de la ecuación*

$$(p^2 + 2)\, x^2 – 7x – 2p = 1$$

Sea x = - ½.

X= - ½. Es solución de $(p^2 + 2)\, x^2 – 7x – 2p = 1$

$(p^2 + 2)\,(- ½.)^2 – 7\,(- ½.) – 2p = 1$

$p^2 + 2 + 14 – 8p = 4$

$p^2 – 8p + 12 = 0$

p = 2 o p = 6

Existen dos valores de p, tal que x = - ½. es una solución de la ecuación: p = 2 o p = 6

12. Resolver cada ecuación:

(a) $\frac{3+5\times}{1\text{-}\times} = \frac{\times+1}{1+2\times} + 3$

(b) $(\mathrm{b})\,\frac{4}{\times\text{-}1} = \frac{7}{\times\text{-}2} \text{-} \frac{\times}{\times 2\text{-}3x+2}$

(a) $\frac{3+5\times}{1\text{-}\times} = \frac{\times+1}{1\text{-}2\times} + 3$

(3+5×)(1-2×)=(x+1)(1-x)+3(1-x)(1-2x)

$$15x^2\text{-}8x+1=0$$

$$x = \frac{1}{5}\, V\, x = \frac{1}{3}$$

Luego de comprobar estas soluciones en ecuación original, se obtiene que:

Las soluciones de la ecuación son:

$$\boldsymbol{x = \frac{1}{5}\,, x = \frac{1}{3}}$$

(b)$\frac{x}{x\text{-}1} = \frac{7}{x\text{-}2} + \frac{x}{x2\text{-}3x+2}$

$$\frac{x}{x\text{-}1} = \frac{7}{x\text{-}2} \text{-} \frac{\times}{(x\text{-}1)(x\text{-}2)}$$

x(x-2)=7(x-1)-x

x^2-8x+7=0

x=7 o x=1

COMPROBACIÓN

Para x=7 {$\frac{7}{x\text{-}1} = \frac{7}{6}$

{$\frac{7}{7\text{-}2} \text{-} \frac{7}{(7\text{-}2)(7\text{-}1)} = \frac{7}{5} \text{-} \frac{7}{30} = \frac{7}{6}$

– **x=7 es la solución**

Para x=1: {$\frac{7}{1\text{-}1}$ no esta definida

– **x=1 no es la solución**

RESPUESTA:

El conjunto solución de la ecuación es: ***S={7}.***

13. Resolver y hallarlos valores de la ecuacion.

$$(2\times)^2+(2\times+1)^2+(2\times+3)^2=390$$

$$(2\times)^2+(2\times+1)^2+(2\times+3)^2=390$$

$$4\times^2+4\times^2+4\times+1+4\times^2+12\times+9=390$$

$$12\times^2+16\times-380=0$$

$$\times = \frac{19}{3} V \times = 5$$

Las soluciones de la ecuación son: $\times = \mathbf{\frac{19}{3}}$,$\times = \mathbf{5}$

14. Resolver cada ecuación:

(a) $3-x^2 = 2x^2 - 24$

(b) $4x(x+5) = 5(x4-5)$

(a) $3 - x^2 = 2x^2 - 24$

$$3x^2 - 27 = 0$$
$$x^2 = 9$$
$$x = \pm 3$$
$$x1 = 3$$
$$x2 = -3$$

(b) $4x(x+5) = 5(4x-5)$

$4x^2 + 25 = 0$ No tiene soluciones reales.

El conjunto solución de la ecuación es: $s = \emptyset$

15. Resolver cada ecuación:

$$12x^2 = 27x$$
$$x(12x - 27) = 0$$
$$x = 0$$
$$x = {}^{9}/_{4}$$

Las soluciones de la ecuación son:

$$x = 0 \vee \ x = {}^{9}/_{4}$$

16. Resolver:

$$\frac{4x^2 + 25x}{81} = 0$$
$$4x^2 + 25x = 0$$
$$x(4x + 25) = 0$$
$$x = 0$$
$$x = -{}^{25}/_{4}$$

Las soluciones de la ecuación son:

$$x = 0$$
$$x = -{}^{25}/_{4}$$

17. Resolver el siguiente ejercico

$$3x(x-5) = 7(x+5)(x+2) - 70$$
$$3x^2 - 15x = 7x^2 + 49x$$
$$4x^2 + 64x = 0$$
$$x = 0$$
$$x = -16$$

Las soluciones de la ecuación son:

$$x = 0 \vee \ x = -16$$

18. Resolver cada ecuación:

$$(2x-31)(x+67)=0$$
$$2x-31=0$$
$$x+67=0$$
$$x={}^{31}\!/_{2}$$
$$x=-67$$

Las soluciones de la ecuación son:

$$x={}^{31}\!/_{2} \ \vee \ x=-67$$

19. Identificar los valores de las variables

$$x(x-2)=x+28$$
$$x^2-3x-28=0$$

Por factorización:

$$x^2-3x-28=0$$
$$(x-7)(x+4)=0$$
$$\mathrm{x}=7$$
$$\mathrm{x}=-4$$

Aplicando la fórmula:

$$x=\frac{3\pm\sqrt{9-4\cdot(-28)}}{2}$$
$$x=\frac{3\pm\sqrt{121}}{2}$$
$$x=\frac{3\pm 11}{2}$$

Luego, $x=7$ o $x=-4$

Las soluciones de la ecuación son: $x=7,\ \ x=-4$

20. Solucionar

$$7x-9=1+3x^2$$
$$3x^2-7x+10=0$$

Discriminante: $=49-120<0$

La ecuación no tiene soluciones reales.

El conjunto solución de la ecuación es: $s=\emptyset$

21. Sin resolver cada ecuación, determinar la naturaleza de sus raíces:

(a) $$x^2=8x+12\sqrt{3}$$

$$D = 64 + 48\sqrt{3} > 0$$

Tiene sus dos raíces reales y distintas

(b)
$$4x(3 - x) = 9$$
$$D = 144 - 144 = 0$$

tiene sus dos raíces reales e iguales

(c)
$$3x^2 = \sqrt{2}\left(x - \sqrt{3}\right)$$
$$D = 2 - 12\sqrt{6} < 0$$

no tiene raíces reales

22. Deducir la fórmula cuadrática que resuelve la ecuación ax2 + bx + c = 0, la completación del cuadrado de un binomio

Ecuación cuadrática:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Multiplicar por 1/a:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Sumar $-\frac{c}{a}$ ambos lados:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Sumar a ambos lados $\frac{b^2}{4a^2}$:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Factorizar primer miembro:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraer raíz cuadrada:

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Despejar x:

$$x - \frac{b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Luego:

$$x\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Las soluciones de la ecuación son:

$$x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

23.Resolver la ecuación:

$$(3x - 2)^2 = (2x + 5)^2$$
$$9x^2 - 12x + 4 = 4x^2 + 20x + 25$$
$$5x^2 - 32x - 21 = 0$$
$$x = 7, \text{ o } x = -3/5$$

Respuesta: La ecuación tiene dos soluciones reales y distintas. El conjunto solución de la ecuación es: S = {7, −3/5}.

10. Actividad de Aprendizaje

10.1 Enumerar tres Actividades Empresariales que Generen Aspectos Ambientales y Provoquen Impactos Ambientales Negativos para el Medio Ambiente

Tabla 4

Tabla de Aplicación de expresiones algebraicas

Reducir la siguientes expresiones algebraicas		
a. $\mathbf{3-2+7=}$	a. $3-(2-5)=$	a. $5(1-2)+4^2=$
b. $\mathbf{2+3-8+7=}$	b. $(3+5)-(6-8)=$	b. $-10(4-1)+2(3-3)=$
c. $\mathbf{\frac{7}{9}-17+\frac{5}{6}-8=}$	c. $2+\left(\frac{3}{4}-2\right)-\left(\frac{5}{7}\right)=$	c. $-\left(7-\frac{5}{7}\right)+3(3+4)=$
d. $\mathbf{-\frac{4}{5}-8-\frac{2}{5}-17=}$	d. $\frac{4}{4}-\left(5-\frac{3}{3}\right)-\left(4+\frac{4}{2}\right)=$	d. $\frac{8}{7}\left(3-\frac{6}{6}\right)+7\left(-\frac{8}{6}\right)=$

Nota. Aplicación de expresiones algebraicas

Elaboracion propia.

10.2 Resuelve las siguientes operaciones:

Tomar en cuenta el orden logico de las operaciones, parentesis, multiplicaciones, sumas y restas.

– -1 + 3 • -1 • [-8 + (3 • -1 -4) – (6 – 12) + 5] =

– -3 – [4 • -5 – (-6 : -3 + 2) – 7 : -1] + 5 =

- -4 + 6 [(-5 + -2) : -7 + (6 + 12) • -1] -3 • -6] =
- { 10 – 3 [-10 – 11 • (3 – 8)] } =
- -9 + [-3 • (-6 + 2) – 3]=
- $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} =$
- $\frac{13}{5} : \frac{5}{10}$
- $(\frac{2}{9})(3)(\frac{5}{4}) =$
- $(\frac{5}{3} : \frac{2}{3}) =$
- $\left(\frac{2}{12} \cdot \frac{6}{4}\right) : \left(\frac{3}{4} : \frac{3}{2}\right) =$

10.3 Indicar

Tabla 5

Tabla de ejercicios de potencias

Desarrollar las siguientes potencias		
a. $\mathbf{-3^2 - 2 + 7 =}$	a. $3 - (4^2 - 5) =$	a. $5(3^4 - 2) + 4^2 =$
b. $\mathbf{\frac{4}{2} + 3 - \frac{4^2}{7} + 7 =}$	b. $(3 + 5) - \left(\frac{4^3}{2^5} - 8\right) =$	b. $-(10) + 2(-3) + (4 - 1)^2 =$
c. $\mathbf{(\frac{7}{9})^3 - 17 + \frac{5}{6} - 8 =}$	c. $\left(\frac{3}{4} - 2\right) - \left(\frac{5}{7}\right)(-1)^1 =$	c. $-\left(7 - \frac{5}{7}\right) + 3(\,3 + 4)^{-2} =$
d. $\mathbf{(-\frac{4}{5} - 8 - \frac{2}{5})^3 - 17 =}$	d. $\frac{4}{4} - \left(\frac{7}{9}\right)^3 \; - \frac{3}{3}\Big) - \left(4 + \frac{4}{2}\right) =$	d. $\frac{8}{7}\left(-\frac{3^3}{6}\right) + 7\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3^{3^2}\Big) =$

Nota. Modo de utilización de las estrategias metodológicas.

Elaboracion propia.

10.4 Factoriza realizando los procedimientos

Tabla 6

Tabla de aplicación de factorización.

1.	$9a^2 - 25b^2 =$	2.	$16x^2 - 100 =$
3.	$3x^2 - 5x^2 + 2 =$	4.	$9p^2 - 40q^2 =$

5.	$9m^{12} + 23\ n^6 + 144 =$	6.	$49x^2 – 64t^2 =$
7.	$5x^3 – 55x^2 + 140x =$	8.	$225 + 5y^2 + y^4 =$
9.	$x^3 – 15x^2 + 140x =$	10.	$8y^3 + z^3$
11.	$4m^8 – 53\ m^4 + 49=$	12.	$16- 9c^4 + c^8 =$
13.	$8y^2 – 18 =$	14.	$x^2 + 40 – 13\ x =$
15.	$(m-3)^3 + (j – K)^3$	16.	$2a^5 – 162\ a^3 =$
17.	$25m^4 – 70\ m^2n + 49n^2 =$	18.	$49x^4 – 18\ x^2 + 1 =$
19.	$21n^2 + 11n – 2 =$	20.	$4x^7 – 64x =$
21.	$x^2 – 10x + 30 =$	22.	$3x^2 + 10$ (Allen, 1998)
		23.	$x +3 =$
23.	$12x^2 + 17x – 5 =$	24.	$x^3 – 4x^2 + 4x =$
25.	$ax + ay – bx – by =$	26.	$2r^2 – 2s^2 + hr^2 – hs^2 =$
27.	$ae^x – be^x + ce^x + ae^{x+1} – be^{x+1} + ce^{x+1} =$	28.	$a^3 + a^2 – 9a - 9 =$
29.	$y^4 – 8\ 1=$	30.	$36x^2 – 84xy + 49y^2 =$
31.	$m^3 + m^2 – 2 =$	32.	$a^5 – 25\ a^3 + a^2-25$
33.	$16x^6y^8 – 8\ x^3y^4z^7 + z^{14} =$	34.	$4x^2 + 7mnx – 15m^2\ n^2 =$
35.	$x^2 – 8xy – 18y^2$	36.	$x^4 – 8\ x^2 + 20x^2 =$

Nota. Modo de utilización de las estrategias metodológicas.

Elaboracion propia.

10.5 Factorar en los siguientes

Tabla 7

Ejercicios de factorización

N°	Ejercicios para desarrolla en el siguiente espacio
1	$23(x^2 – 5)$
2	$(x – 9)(x – 5)$
3	$(11h +9k)(11h – 9k)$
4	$6x(x^2 – 3y + xy^2 – xy)$
5	$2ab(3\ a + 6 – 5\ a^2b + 8ax +4bm)$
6	$13a(2x^2 +3ay – 4y^2)$
7	$(3x + 9y^2)(3x – 9y^2)$
8	$x(1 – 3x + x^2 – x^3)$
9	$(x + 12)(x – 15)$
10	$a^2(a^{18} – a^{14} +a^{10} – a^6 +a^2 – 1)$

Nota. Modo de utilización de las estrategias metodológicas.

Elaboracion propia.

10.6 Calcular el valor de x de la siguientes expresiones

– $\log_2 x =3$

– $\log_6 x =3$

– $\log_2 x =4$

– $\log_4 x = 1$
– $\log_5 x = 0$
– $\log_{0.3} x = -2$
– $\log_{12} x = -3$

10.7 Indicar el valor de x de las siguientes escuaciones:

– 7x = 70
– 23 x = -92
– 3x – 6 = 12
– -11 + x = 5 – 3x
– 8 + 4x = -20
– 5x – 12 = 4x – 10
– 6x – 36 – 7x = 8x – 12 + 3x
– 3x – 10 + 5x = 4x + 10 – 2x – 20

$-\frac{2}{3}x - 3 + \frac{4}{6} = -2x + \frac{3}{7}x + 4$

$- -1 + \frac{5}{3}x - 7 - \frac{1}{3} = -5x + \frac{7}{3}x + 3$

$- -\frac{4}{3}^3 + 2(\frac{5}{3}x - 7 - \frac{1}{3}) = -5x + \frac{7}{3}x + 3$

– $3^{x+2} \cdot 2 = 4374$
– $7^{x+1} \cdot 2^{x-1} = 686$
– $3^{x-2} . 2^{x-1} = 1.125$
– $4^{x-3} : 5^{2x-7} = 0.8$

10.8 Plantea en forma de logaritmo.

a) ¿A qué número se debe elevar 5 para obtener 8?
b) ¿A que número se debe elevar 2 para obtener 30?
c) Para obtener 256, ¿a qué número se debe elevar 9?
d) Para obtener 32, ¿a qué número se debe elevar 6?
e) ¿A qué número se debe elevar 10 para obtener 3,45?
f) ¿A qué número se debe elevar 10 para obtener $3/5$?
g) ¿A qué número se debe elevar $3/4$ para obtener $64/27$?
h) ¿A qué número se debe elevar $\frac{1}{2}$ para obtener 25?
i) ¿A qué número se debe elevar 32 para obtener 4?
j) ¿A qué número se debe elevar 12 para obtener 2?

k) ¿A cuánto se debe elevar (p+q) para obtener 3pq?

l) ¿A cuánto se debe elevar $\frac{p}{2}$ para obtener y?

m) ¿A qué número se debe elevar 3 para obtener 4782969?
n) ¿A qué número se debe elevar 2 para obtener 8388608?

10.9 Aplicando las propiedades de los logaritmos, reducir los siguientes logaritmos a la expresion de los los siguientes:

a) log a +log b + log c =

b) log x – log y =

c) 2 logx + 3 log y

d) $\frac{1}{2}\log x + \frac{1}{2}\log y =$

e) log a – log x – log y =

f) log p + log q – log r – log s=

g) log 2 + log 3 +log 4 =

10.10. Aplicando las propiedades de los logaritmos, calcula el valor de las siguientes expresiones, sólo sabiendo que:

Ejemplo:

log 2 = 0.30103 log 3 = 0.47712 log 5 = 0.69897 log 7 = 0.84510

Ejercicio

a) log 4 =

b)log 32 =

c) log 6=

d) log 27 =

e) log 15=

f) log 14=

g) log 49=

h) log 20=

i) log 150=

j) log 35=

k) log 42=

l) log 21=

m) log 75=

n)log 48 =

ñ) log 45=

o) log 105=

p) log 196=

10.11 Resolver:

a. $(9-4\mathrm{m})^2 =$
b) $(7\mathrm{a}^2\mathrm{b}^3 + 5\mathrm{x}^4)^2 =$
c) $(\mathrm{x}+\mathrm{y}-\mathrm{z})^2 =$
d) $(\mathrm{y} + 2y^2 - y^3)^2 =$
e) $(\mathrm{a}^\mathrm{x}-6)(\mathrm{a}^\mathrm{x}-5) =$
f) $(\mathrm{a}+2)(\mathrm{a}-3)(\mathrm{a}-2)(\mathrm{a}+3) =$
g) $(4\mathrm{n}+3)^3 =$
h) $(\mathrm{a}^2-2\mathrm{b})^3 =$

10.12 Determinar las raíces de la siguiente ecuación cuadrática

$$-\boldsymbol{2x^2} - \frac{3 - x \cdot (x+2)}{3} = -1 + \frac{x}{2}$$

11. Autoevaluación

Responda correctamente las siguientes preguntas.

11.1 Identifique las operaciones que puede realizar con polinomios.

a) Adición, sustracción, multiplicación, división.
b) Factorización, reducción, sustitución.
c) Solo se puede realizar la adición.
d) Estrictamente se realiza sumas y restas

11.2 Identifique los casos para resolver ecuaciones de primer grado:

a) Sustitución reduciendo términos, matrices, determinantes.

b) Sustitución, igualación, reducción, crammer, grafico.
c) Sustracción, igualación, mínimo común.
d) Igualación, matriciales con determinantes.
e) Ninguna de las anteriores.

11.3 La simplificación entre fracciones se las puede realizar:

a) Si, con cualquier operación matemática.
b) Si, se desarrolla con cualquier operación matemática independiente.
c) No se puede cuando tienen multiplicaciones o sumas entre sí.
d) Si se puede solo cuando tienen multiplicaciones entre sí.
e) Ninguna de las anteriores.

11.4 Como se identifica el grado de una ecuación.

a) Todo depende del número de variables y exponentes.
b) Se toma en cuenta inicialmente el valor del mayor exponente de las variables.
c) Las ecuaciones se identifican su grado con el menor exponente.
d) Los exponentes indican el grado de las ecuaciones, de la variable con menor.
e) Las variables de una ecuación de varias variables se toman en cuenta los exponentes de las 2 variables.
f) Ninguna de las anteriores.

11.5 Identificar el valor de la variable X

$$7x + 6x + \frac{5}{8}x - \frac{7}{3} = 7 + 5x - 3x$$

a) x= $\frac{224}{279}$
b) x= $-\frac{224}{279}$
c) x= $\frac{242}{279}$
d) x= $\frac{224}{297}$

11.6 ¿Cuál es el valor de las incognitas x, y ?

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 7 \\ 4X - 3Y = -2 \end{cases}$$

a) X= 1 Y=2
b) X= 5 Y=3
c) X= -3 Y=1
d) X= 4 Y=2

11.7 ¿Cuál de los siguientes soluciones correspondes al sistema de Ecuaciones?

a) X= 1 Y=-1
b) X= 1 Y= 3
c) X= -1 Y=1
d) X= 4 Y=2

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 1 \\ X - 5Y = 6 \end{cases}$$

12. Evaluación final

El examen final será acumulativo de algebra y ecuaiones; se realizará una plantilla de calificación donde constará todo los parametros de la evaluacion.

13. Solucionario de las autoevaluaciones

13.1Identifique las operaciones que puede realizar con polinomios.

<u>a) Adición, sustracción, multiplicación, división.</u>
b) Factorización, reducción, sustitución.
c) Solo se puede realizar la adición.
d) Estrictamente se realiza sumas y restas

13.2 Identifique los casos para resolver ecuaciones de primer grado:

a) Sustitución reduciendo términos, matrices, determinantes.
<u>b) Sustitución, igualación, reducción, crammer, grafico.</u>
c) Sustracción, igualación, mínimo común.
d) Igualación, matriciales con determinantes.
e) Ninguna de las anteriores.

13.3La simplificación entre fracciones se las puede realizar:

a) Si, con cualquier operación matemática.
b) Si, se desarrolla con cualquier operación matemática independiente.
c) No se puede cuando tienen multiplicaciones o sumas entre sí.
d) <u>Si se puede solo cuando tienen multiplicaciones entre sí.</u>
e) Ninguna de las anteriores.

13.4Como se identifica el grado de una ecuación.

a) Todo depende del número de variables y exponentes.
b) <u>Se toma en cuenta inicialmente el valor del mayor exponente de las variables.</u>
c) Las ecuaciones se identifican su grado con el menor exponente.
d) Los exponentes indican el grado de las ecuaciones, de la variable con menor.
e) Las variables de una ecuación de varias variables se toman en cuenta los exponentes de las 2 variables.
f) Ninguna de las anteriores.

13.5 Identificar el valor de la variable X

$$7x + 6x + \frac{5}{8}x - \frac{7}{3} = 7 + 5x - 3x$$

<u>a) x= $\frac{224}{279}$</u>
b) x= $-\frac{224}{279}$
c) x= $\frac{242}{279}$
d) x= $\frac{224}{297}$

13.6 ¿Cuál es el valor de las incognitas x, y ?

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 7 \\ 4X - 3Y = -2 \end{cases}$$

<u>a) X= 1 Y=2</u>
b) X= 5 Y=3
c) X= -3 Y=1
d) X= 4 Y=2

13.7¿Cuál de los siguientes soluciones correspondes al sistema de Ecuaciones?

a) <u>X= 1 Y=-1</u>
b) X= 1 Y= 3
c) X= -1 Y=1
d) X= 4 Y=2

$$\begin{cases} 3X + 2Y = 1 \\ X - 5Y = 6 \end{cases}$$

14. Glosario

Denominador. Parte de una fracción que indica en cuántas partes está dividido un todo o la unidad.

Igualdad. Expresión de la equivalencia de dos cantidades.

Forma simplificada. Fracción que no tiene factores comunes en su numerador o denominador

Ecuación lineal. ecuación de primer grado, es decir, ecuación en la que la o las variables aparecen elevadas a la potencia 1.

Grado de una incógnita. es el exponente al que está elevada.
Reducir. es sumar o restar los términos semejantes entre sí.
Términos semejantes. son los términos que contienen la misma letra.
Numero entero. Todos enteros positivo y negativos

15. Referencias bibliográfica

– Colegío Real Caren. (2017). Factorizacion de expresiones. Cachapoal, Chile.

– Swokowki, E. (2011). Álgebra y Trigonometria con geometria analitica.

– Allen, R. (1998). Algebra Elemental. Prentice Hall.

– Eslava.E, V. (1997). introduccion a las matematicas Universitarias. Colombia: Mc Graw Hill.

– Rodrigues, F. &. (s.f.). Fundamentos de matematicas. mexico: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.

– Hernández, E. (1994). Álgebra y Trigonometría. España,: Addison Wesley Editores.

– Ocaña.G. (2011). Matematicas Basicas. Bogota: Fundación Universidad de Bogotá Jorge Tadeo Lozano.

16. Anexos o recursos

Revisar los siguientes link para fortalecer conocimientos

– https://www.youtube.com/watch?v=ainnlQ_Owq8

– https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8

– https://www.youtube.com/watch?v=LVHo5xvsvO0

INSTITUTO SUPERIOR
TECNOLÓGICO
VICENTE LEÓN

Guía general de estudio de la asignatura

Agosto 2024

ISBN: 978-9942-676-72-6